WALTER BERNARD

PHYSIK

GRUNDKURS

ERSTER TEIL

WALTER BERNARD

PHYSIK

GRUNDKURS

ERSTER TEIL

TECHNOLOGISCHE
FACHOBERSCHULE
MERAN

Inhalt

1 Grundlagen

1.1 Naturwissenschaftliche Arbeitsweise

Die Physik ist eine Naturwissenschaft. Sie beschäftigt sich mit Erscheinungen in der Natur und sucht nach den Gesetzen, welche die Ursachen dieser Erscheinungen beschreiben.

Bis zum Ende des Mittelalters wurden diese Gesetze meist nur auf der Grundlage einfacher Beobachtungen und Überlegungen formuliert. Die Gültigkeit der formulierten Gesetze wurde nicht mit Hilfe von sorgfältig geplanten und wiederholbaren Versuchen überprüft.

Erst seit der Zeit von Galileo Galilei ([1]) wird die moderne naturwissenschaftliche Arbeitsweise konsequent angewendet. Dabei wird die Richtigkeit der formulierten Gesetze mit geeigneten Experimenten überprüft.

Nebenstehendes Flussschema stellt diese Arbeitsweise dar.

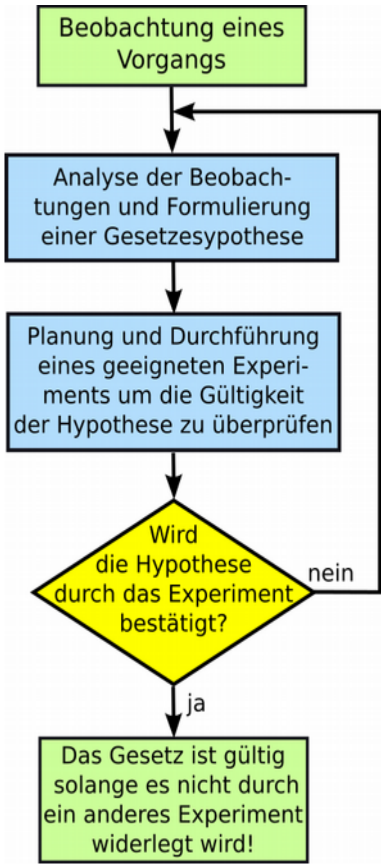


Fig. 1.1 Flusschema der naturwissenschaftlichen Arbeitsweise

Beispiel:

Beobachtete Erscheinung: Ein Stein fällt schneller als eine Feder.
Überlegung: Der Stein ist schwerer als die Feder. Also könnte das allgemeine Gesetz lauten:

Je schwerer ein Körper ist, desto schneller fällt er.

(falsches Gesetz!)

Dieses Gesetz wurde so vom griechischen Philosophen Aristoteles ([2]) im 4. Jh. v.u.Z. formuliert. In den folgenden Jahrhunderten wurde es nie ernsthaft überprüft.
Erst gegen Ende des 16. Jh. hat Galileo Galilei durch geeignete Versuche festgestellt, dass das Gesetz nicht allgemein gültig ist.

Auch du kannst ein einfaches Experiment durchführen um festzustellen, dass das Gesetz von Aristoteles nicht allgemein gültig ist.

Versuch 1.1

Nimm ein Stück Papier und eine Münze. Lasse sie gleichzeitig fallen und du stellst fest, dass die Münze schneller fällt.
Mache anschließend aus dem Stück Papier ein Kügelchen und wiederhole das Experiment. Du wirst feststellen, dass nun das Papierkügelchen und die Münze nahezu gleich schnell zu Boden fallen. Das beweist, dass die Fallzeit nicht vom Gewicht des fallenden Körpers abhängt.

---

1 ***Galileo Galilei*** (1564-1642) war ein bedeutender italienischer Naturwissenschaftler. Er befasste sich mit Mathematik, Physik und Astronomie. Im Gegensatz zu vielen seiner Vorgänger machte er nicht nur Beobachtungen und logische Überlegungen, sondern ersann auch geeignete Experimente und bediente sich der Mathematik für deren Auswertung.

2 ***Aristoteles*** (griechisch: Αριστοτέλης 384 – 322 v.u.Z..) war ein bedeutender griechischer Philosoph und einer der Begründer der westlichen Philosophie und Naturwissenschaft.

Das Stückchen Papier fällt nur langsamer, weil es durch den Luftwiderstand gebremst wird. Wenn man ein Kügelchen macht wird der Luftwiderstand kleiner und es fällt gleich schnell wie die schwerere Münze.

Ein neues Gesetz könnte also lauten:

Ohne Luftwiderstand fallen alle Körper gleich schnell.

Dieses Gesetz kann man mit Hilfe eines Glasrohres überprüfen, in welchem sich eine Münze und eine kleine Feder befinden.

Wenn das Glasrohr mit Luft gefüllt ist, dann fällt die Münze schneller als die Feder. Wenn man jedoch die gesamte Luft aus dem Rohr heraus saugt, dann sieht man, dass die Feder und die Münze gleich schnell fallen. Das Experiment bestätigt also die Gültigkeit des Gesetzes. .

Ein Experiment im Vakuum (luftleeren Raum) wurde während der Mission von Apollo 15 auf dem Mond durchgeführt. Der Astronaut David Scott lies gleichzeitig einen Hammer und eine Feder fallen. Beide fielen gleich schnell.

Galileo hatte nicht die Möglichkeit das Gesetz mit Hilfe einer Vakuumpumpe zu überprüfen, da diese erst um 1650 erfunden wurde.

Er verglich die Fallzeiten von Körpern in verschiedenen Medien (Wasser, Luft) und kam zum Schluss, dass ohne Widerstand alle Körper gleich schnell fallen würden.

Bei seinen Versuchen stelle die genaue Messung der Fallzeit das größte Problem dar, da er nicht über geeignete Uhren verfügte.

Er löste das Problem indem er die Bewegung von Metallkügelchen auf einer schiefen Ebene untersuchte. Die dadurch verlängerten Fallzeiten maß er mit einer Wasseruhr. Auf diese Weise fand er die Gesetze der beschleunigten Bewegung und des freien Falls.

Fig. 1.2: Galileo zeigt das Experiment auf der schiefen Ebene dem Prinzen Giovanni de Medici

1.2 Messen

Messen ist eine wesentlicher Teil der naturwissenschaftlichen Arbeitsweise, aber was bedeutet eigentlich Messen?

Messen bedeutet Vergleichen einer physikalischen Größe mit der Maßeinheit.

Um zu messen braucht man zunächst eine Maßeinheit. Dann schaut man, wie oft die Maßeinheit in der zu messenden Größe enthalten ist oder wie viele Male die Maßeinheit benötigt wird, damit sie die selbe Wirkung hat wie die zu messende Größe.

Die folgenden Beispiele erklären den Sachverhalt.

Beispiel 1

Ein Haus ist 8 *m lang*. Das bedeutet, dass die Länge des Hauses die Maßeinheit der Länge **1*m*** acht Mal enthält.

$$l = 8\,m \quad \rightarrow \quad l = 8 \times 1\,m$$

l → Formelzeichen der Länge

8 → Maßzahl

1*m* → Maßeinheit

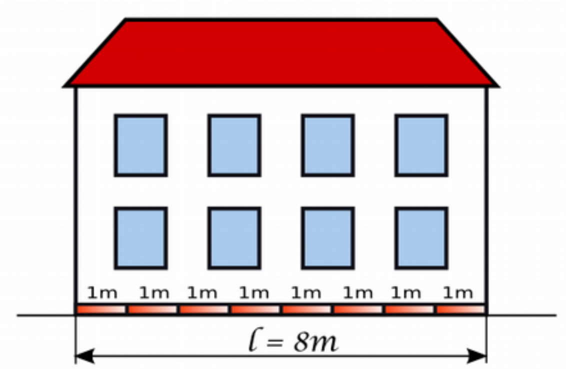


Fig. 1.3: Es braucht 8 Mal die Maßeinheit 1m um die Länge des Hauses zu erreichen

Beispiel 2

Die Masse eines Metallstücks beträgt 9 *g*. Das bedeutet, dass man 9 Mal die Maßeinheit der Masse **1 *g*** benötigt um das Gleichgewicht auf der Waage zu erzielen.

$$m = 9\,g \quad \rightarrow \quad m = 9 \times 1\,g$$

m → Formelzeichen der Masse

9 → Maßzahl

1*g* → Maßeinheit

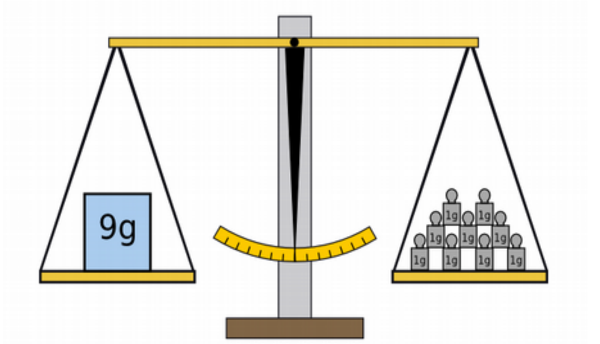


Fig. 1.4: Es braucht 9 Mal die Maßeinheit 1g um das Gleichgewicht auf der Waage zu erzielen

1.3 Internationales Einheitensystem – SI-System

Bis zum 18. Jahrhundert wurden für die selbe Größe viele verschieden Maßeinheiten verwendet. Dabei waren die verwendeten Einheiten häufig nicht nur zwischen den Ländern sondern sogar zwischen den Städten verschieden. (Fig. 1.5)

Deshalb hat man gegen Ende des 18, Jahrhundert beschlossen, Maßeinheiten zu suchen, welche auf natürlichen Größen beruhen, die auf der ganzen Welt gleich sind. Das Ergebnis dieser Arbeit war zunächst das ***metrische System***, und dann das ***Internationale Einheitensystem***.

Seit dem Jahr 1960, ist das ***SI-System*** auf der ganzen Welt anerkannt und wird beinahe in allen Ländern (mit Ausnahme der USA) verwendet.

Das SI-System hat sieben Grundeinheiten:

Meter, Kilogramm, Sekunde, Ampere, Kelvin, Mol, Candela

In diesem Kapitel beschreiben wir nur die Einheiten ***Meter***, ***Kilogramm*** und ***Sekunde***, welche in der Mechanik benötigt werden.

Das K***elvin***, die Einheit der **Temperatur** und das ***Ampere***, die Einheit der elektrischen Stromstärke, werden in späteren Kapiteln beschrieben.
Das M***ol*** ist die Einheit der **Stoffmenge** und wird in Chemie behandelt.
Die Einheit C***andela*** wird für die **Lichtstärke** verwendet.

Fig. 1.5: Die Maßeinheiten"pertica" und "braccio" waren in Wien und Rovereto verschieden lang.

1.3.1 Meter

Der Meter (Einheitenzeichen: $\boldsymbol{m}$) ist die Grundeinheit der Länge (Formelzeichen: $\boldsymbol{l}$).

$$[\boldsymbol{l}] = 1\,\boldsymbol{m}$$

***Hinweis**: Wenn das Formelzeichen einer Größe in eckigen Klammern geschrieben ist, dann bedeutet das, dass nach dem Gleichheitszeichen die Maßeinheit der Größe angegeben wird.*

Der Meter wurde erstmals im Jahr 1791 durch die französische Regierung eingeführt.

Um eine für alle Menschen gleiche Bezugsgröße zu habe, beschlossen die französischen Wissenschaftler die Erde selbst als Bezugsgröße zu verwenden. Ein Meter wurde definiert als der zehn millionste Teil von der Hälfte eines Erdmeridians bzw. der Strecke vom Äquator bis zum Pol.

Zunächst wurden genaue Messungen der Länge eines Meridianbogens in Europa und in Südamerika durchgeführt und auf der Basis dieser Messungen wurde 1799 der sogenannte Urmeter aus Platin hergestellt. In der Folge wurde das Urmeter selbst als Prototyp der Längeneinheit verwendet.

Heute weiß man, dass die Länge eines Erdmeridians 20.003.930 m beträgt. Die Abweichung des Urmeters von der beabsichtigten Länge beträgt als nur 0,02 %.

Mit der zunehmenden Genauigkeit der Messgeräte wurde eine präzisere Definition der Maßeinheit erforderlich. Deshalb wird seit 1983 der Meter anhand der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum definiert. Ein Meter ist somit gleich der Strecke, welche das Licht im Vakuum binnen des 299.792.458. Teils einer Sekunde zurücklegt.

Mit dieser Definition wurde auch die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum mit 299.792.458 Metern pro Sekunde exakt festgelegt.

1.3.2 Kilogramm

Das Kilogramm (Einheitenzeichen: $\boldsymbol{kg}$) ist die Grundeinheit der Masse (Formelzeichen: $\boldsymbol{m}$).

$$[\boldsymbol{m}] = 1\,\boldsymbol{kg}$$

Zunächst wurde festgelegt, dass das Kilogramm gleich der Masse vn einem Liter Wasser bei 4 °C ist. In der Folge wurde ein Zylinder aus einer Pt-Ir Legierung hergestellt, welcher als Kilogramm-Prototyp dient (siehe Par. 2.2.1)

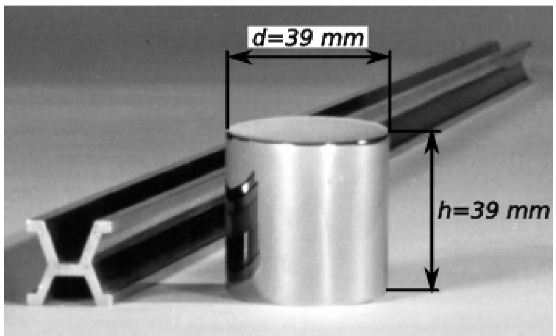


Fig. 1.6: Urmeter und Urkilogramm aus einer Legierung aus 90% Platin und 10% Iridium

1.3.3 Sekunde

Die Sekunde (Einheitenzeichen: ***s***) ist die Grundeinheit der Zeit (Formelzeichen: ***t***).

$$[t]=1\,s$$

Als Bezugsgröße für die Sekunde verwendete man zunächst die Dauer der Erdrotation bzw. die Dauer eines mittleren Sonnentages.

Ein Tag (Einheitenzeichen: ***d***) hat zwölf Stunden (Zeichen: ***h***). Eine Stunde hat sechzig Minuten (Zeichen: ***min***), und eine Minute hat sechzig Sekunden.

$$1\,d=24\,\frac{h}{d}\,x\,60\,\frac{min}{h}\,x\,60\,\frac{s}{min}=86400\,s$$

Auf der Basis der ersten Definition war also eine Sekunde der Bruchteil 1/86.400 des mittleren Sonnentages. Mit der Entwicklung immer genauerer Messgeräte und Messmethoden stellte sich heraus, dass die Erdrotation nicht ausreichend gleichmäßig und konstant ist, um eine exakte Definition der Zeiteinheit zu ermöglichen.

Deshalb wird die Sekunde seit 1967 auf der Basis einer atomaren Gegebenheit definiert. Eine Sekunde ist das 9.192.631.770-Fache der Periodendauer der dem Übergang zwischen den beiden Hyperfeinstrukturniveaus des Grundzustandes von Atomen des Nuklids ^{133}Cs entsprechenden Strahlung.

1.4 Präfixe

Um Zehner-Vielfache oder Teile einer Basiseinheit zu bilden verwendet man Präfixe.

Präfixe für Vielfache		**Präfixe für Teile**	
da = deka = $10\,x$	Zehn	d = deci = $\frac{1}{10}x$	Zehntel
h = hekto = $100\,x$	Hundert	c = centi = $\frac{1}{100}x$	Hundertstel
k = kilo = $1000\,x$	Tausend	m = milli = $\frac{1}{1000}x=10^{-3}x$	Tausendstel
M = Mega = $1000000\,x$	Million	µ = mikro = $10^{-6}x$	Millionstel
G = Giga = $10^{9}x$	Milliarde	n = nano = $10^{-9}x$	Milliardstel
T = Tera = $10^{12}x$	Billion	p = piko = $10^{-12}x$	Billionstel

Beispiele:

$$1\,m=10\,dm=0{,}001\,km=10^{-3}\,km$$

$$1\,kg=1000\,g=0{,}001\,Mg$$

$$1\,Mg=1000\,kg=1\,t=1\,Tonne$$

$$1\,MHz=10^{6}\,Hz=0{,}001\,GHz=10^{-3}\,GHz$$

1.5 Einige einfache abgeleitete Größen

1.5.1 Fläche

Das Formelzeichen der Fläche ist A.
Die Fläche einer geometrischen Figur ist stets proportional dem Produkt von zwei kennzeichnenden Längen.

$$A \propto l_1 \times l_2 \Leftrightarrow A = konst \times l_1 \times l_2$$

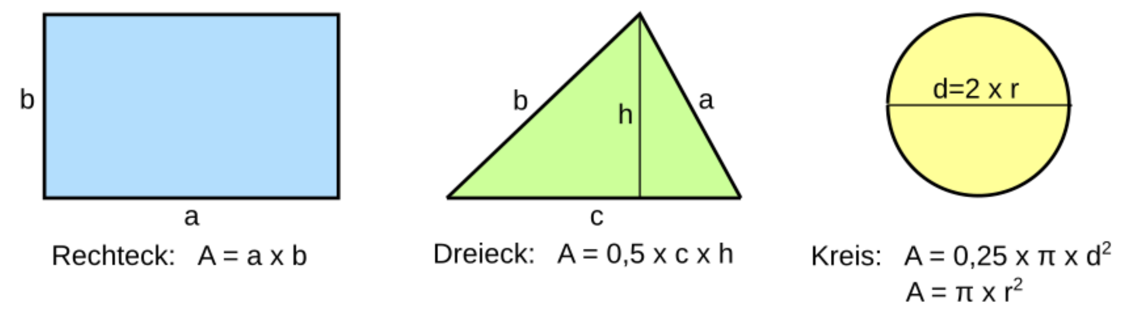


Fig. 1.7: Formeln zum Berechnen einiger Flächen

Daraus folgt, dass die Maßeinheit der Fläche das Produkt der Maßeinheit von zwei Längen ist.

$$[A] = [l]^2 = 1\,m^2 = Quadratmeter$$

Vorsicht, wenn du die Flächeneinheiten umformst!

$$1\,m^2 = 1\,m \times 1\,m = 100\,cm \times 100\,cm = 10.000\,cm^2$$
$$1\,mm^2 = 1\,mm \times 1\,mm = 0{,}001\,m \times 0{,}001\,m = 10^{-6}\,m^2$$
$$1\,km^2 = 1000\,m \times 1000\,m = 1.000.000\,m^2$$

Für große Flächen wird auch die Einheit Hektar (ha) verwendet.

$$1\,ha = 100\,m \times 100\,m = 10.000\,m^2$$
$$1\,km^2 = (10 \times 100\,m) \times (10 \times 100\,m) = 10 \times 10 \times (100\,m \times 100\,m) = 100\,ha$$

Beispiel 1.1

Miss die Länge und die Breite von einem Blatt Format A4 und berechne, wie viel Blätter notwendig sind, um eine Fläche von einem Quadratmeter zu bedecken!

Lösung:

Die Maße sind: $a = 297\ mm$ $b = 210\ mm$ (siehe Fig. 1.7)

$$A = a \times b = 297\,mm \cdot 210\,mm = 62370\,mm^2 = 624\,cm^2 = 6{,}24\,dm^2 = 0{,}0624\,m^2$$

Die Anzahl der benötigten Blätter beträgt: $N = \dfrac{1\,m^2}{0{,}0624\,m^2} = 16$

Achtung! Das Ergebnis der Berechnung ist gerundet. Nachdem die Maße nur auf drei geltende Ziffern genau angegeben sind, kann auch das Ergebnis nur maximal auf drei geltende Ziffern Genauigkeit angegeben werden. (siehe Par.1.6)

1.5.2 Volumen

Das Formelzeichen des Volumens oder Rauminhalts ist V.
Das Volumen eines jeden geometrischen Körpers ist proportional dem Produkt von drei kennzeichnenden Längen.

$$V \propto l_1 \times l_2 \times l_3 \Leftrightarrow V = konst \times l_1 \times l_2 \times l_3$$

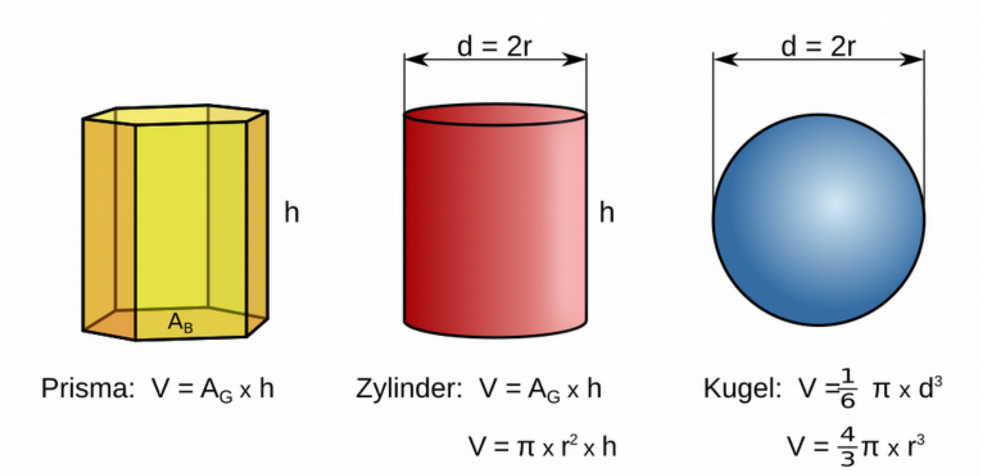


Fig. 1.8: Formeln für das Berechnen einiger Volumen

Daraus folgt, dass die Maßeinheit des Volumens gleich dem Produkt von drei Längeneinheiten ist.

$$[V] = [l]^3 = 1\,m^3 = Kubikmeter$$

Vorsicht bei der Umformung der Volumeneinheiten!

$$1\,m^3 = 1\,m \times 1\,m \times 1\,m = 100\,cm \times 100\,cm \times 100\,cm = 1.000.000\,cm^3 = 10^6\,cm^3$$
$$1\,mm^3 = 1\,mm \times 1\,mm \times 1\,mm = 0{,}001\,m \times 0{,}001\,m \times 0{,}001\,m = 10^{-9}\,m^3$$
$$1\,cm^3 = 10\,mm \times 10\,mm \times 10\,mm = 1000\,mm^3 = 10^3\,mm^3$$

Für Volumen wird auch die Maßeinheit Liter (l) verwendet

$$1\,l = 1\,dm^3 = 10\,cm \times 10\,cm \times 10\,cm = 1000\,cm^3$$
$$1\,ml = 0{,}001\,l = 0{,}001 \times 1000\,cm^3 = 1\,cm^3$$

$$\textbf{Beachte!} \qquad 1\,ml \;=\; 1\,cm^3$$

Beispiel 1.2

Bestimme die Abmessungen eine 10 Cent Münze und berechne deren Volumen !

Lösung

Die Maße sind: $d = 19{,}6\,mm$ $h = 1{,}8\,mm$ (siehe Fig. 1.8)

$$V = \pi \times \left(\frac{d}{2}\right)^2 \times h = \pi \times \left(\frac{19{,}6\,mm}{2}\right)^2 \times 1{,}8\,mm = 540\,mm^3 = 0{,}54\,cm^3$$

Achtung! Das Ergebnis der Berechnung ist gerundet. Nachdem das Maß h nur auf drei geltende Ziffern genau angegeben ist, kann auch das Ergebnis nur maximal auf zwei geltende Ziffern Genauigkeit angegeben werden. (siehe Par.1.6)

1.6 Messgenauigkeit und Rechengenauigkeit

1.6.1 Signifikante Stellen – geltende Ziffern

Mit einem Taschenrechner ist es möglich sehr genaue Rechnungen durchzuführen.

Wenn man zum Beispiel die Grundfläche des Zylinders der 10 Cent Münze berechnet, dann erhält man mit dem Taschenrechner folgendes Ergebnis:

$$A_G = \pi \times \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \pi \times \left(\frac{19{,}6\,mm}{2}\right)^2 = 301{,}718558451\,mm^2$$

Aber in der Physik und ebenso in der Technik ist im gegebenen Fall ein so genaues Ergebnis gänzlich sinnlos.

Das Messergebnis d = 19,6 *mm* bedeutet ja, dass der effektive Wert des Durchmessers zwischen 19,55 *mm* und19,64 *mm* liegt. Der Wert der Grundfläche des Zylinders liet also zwischen A_{G1} und A_{G2}. Dabei ist:

$$A_{G1} = \pi \times \left(\frac{19{,}55\,mm}{2}\right)^2 = 300{,}181\,mm^2 \qquad A_{G2} = \pi \times \left(\frac{19{,}64\,mm}{2}\right)^2 = 302{,}951\,mm^2$$

Wenn also ein Maß nur mir einer Genauigkeit von drei geltenden Ziffern angegeben ist, dann können beim Ergebnis nur die ersten beiden Ziffern zuverlässig angegeben werden. Das Ergebnis muss gerundet werden.

Beachte! Das Ergebnis der Berechnung kann niemals genauer sein als das ungenaueste Maß welches für die Berechnung verwendet wird.

Das Zählen der geltenden Ziffern beginnt bei der ersten Ziffer die nicht Null ist.

Für die Genauigkeit ist nicht die Anzahl der Stellen nach dem Komma ausschlaggebend, sondern nur die Anzahl der Ziffern welche nach den eventuell einführenden Nullen angegeben werden.

Das Ergebnis A_G= 0,0003 m^2 *ist* ist also ungenau, während A_G= 302 mm^2 genau ist.

Versuch 1.2

In diesem Beispiel wird gezeigt, wie man vorgehen muss um Physikaufgaben korrekt zu lösen und die Messergebnisse richtig auszuwerten.

Aufgabe

a) Bestimme die erforderlichen Maße und berechne das Volumen des Reagenzglases!
b) Suche eine Möglichkeit um das Volumen des Reagenzglases direkt zu messen und vergleiche die Ergebnisse!

Lösung

a) Die Messung ergib die folgenden Ergebnisse:

$$d = 16{,}2\,mm \qquad l = 176\text{mm}$$

$$\rightarrow \quad l_1 = l - \frac{d}{2} = 176\text{mm} - 8{,}1\,mm = 167{,}9\,mm$$

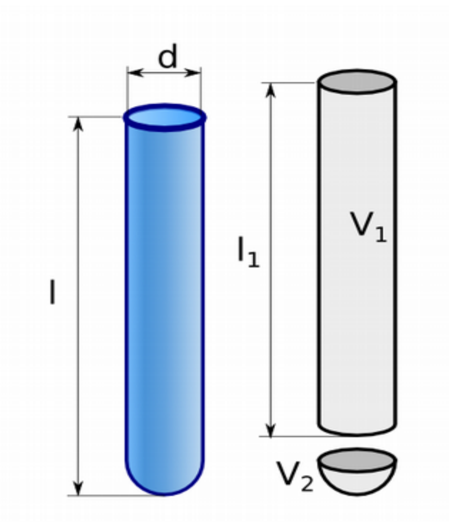


Fig. 1.9: Das gesamte Volumen besteht aus einem Zylinder und einer Halbkugel.

Zylinder $V_1 = \pi \times (\frac{d}{2})^2 \times h = \pi \times (\frac{16{,}2\,mm}{2})^2 \times 168\,mm = 34628\,mm^3 = 34{,}6\,cm^3$

Halbkugel $V_2 = \frac{\pi}{12} \times d^3 = \frac{\pi}{12} \times (16{,}2\,mm)^3 = 1100\,mm^3 = 1{,}1\,cm^3$

gesamtes Volumen $V = V_1 + V_2 = 34{,}6\,cm^3 + 1{,}1\,cm^3 = 35{,}7\,cm^3$

b) Wenn man das Reagenzglas mit Wasser füllt und dieses in einen kleinen Messzylinder gießt, dann erhält man gleich das gesamte Volumen $V = 35{,}9\,cm^3$

Man sieht, dass nur die ersten beiden Ziffern der Ergebnisse übereinstimmen. Ein ehrliches Ergebnis ist also:

$V = 36\ cm^3$ was heißt dass $35{,}5\ cm^3 < V < 36{,}5\ cm^3$

1.6.2 Regeln für das Lösen von Aufgaben

1. Lies den Text der Aufgabe aufmerksam durch!
2. Schreibe die gegebenen Größen mit den richtigen Formelzeichen und Maßeinheiten an! Wenn nötig, forme die Zahlenwerte um!
3. Zeichne eine Skizze mit den wesentlichen Angaben der Aufgabe!
4. Schreibe die für die Berechnung benötigten Formeln an! Stelle sie wenn nötig nach der unbekannten Größe um!
5. Setze die gegebenen Zahlenwerte mit den dazugehörigen Maßeinheiten in die Formeln ein!
6. Berechne die Ergebnisse und runde auf die sinnvolle Genauigkeit!
7. Antworte auf die gestellten Fragen!

Die obigen Aufgaben sind korrekt gelöst. Schau sie dir genau an und gehe bei Hausaufgabne und Schularbeiten genau so vor!

1.6.3 Aufgaben

1. Finde heraus wie groß das Volumen eines Blattes deines Physikbuches ist! Verwende dabei für die Messung nur ein Lineal!
2. Jemand gießt 150 ml Wasser in eine zylindrische Dose mit einem Innendurchmesser von 56 mm. Wie hoch steht das Wasser in der Dose?
3. In einer Lackdose mit einem Innendurchmesser von 12 cm steht der Lack 8 cm hoch. Reicht dr Lack aus, um auf einem Fußboden mit 5,0 m Länge und 4,2 m Breite eine Lackschicht von 0,1 mm Dicke aufzutragen?
4. Aus einem Wasserhahn kommt in jeder Sekunde ein kugelförmiger Tropfen mit 4 mm Durchmesser.
   Berechne wie viel Zeit (in Tagen, Stunden, Minuten, Sekunden) vergeht, bis eine zylindrische Dose mit 8,4 cm Durchmesser und 11 cm Höhe voll ist!

1.7 Bewegung und Geschwindigkeit

In der Physik versteht man unter **Bewegung** die Änderung der Position gegenüber einem Bezugspunkt. Bewegung kann nur mit Hilfe eines Bezugssystems definiert werden.

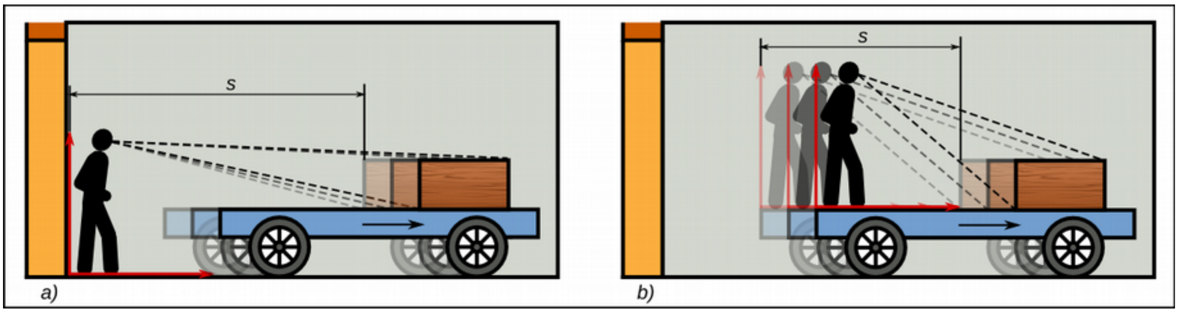


Fig. 1.10: a) Das Bezugssystem ist an den Boden gekoppelt. Der stehende Beobachter sieht, dass sich die Kiste bewegt. b) Das Bezugssystem ist an den Wagen gekoppelt. Für den mitfahrenden Beobachter ist die Kiste nicht in Bewegung.

Um festzustellen ob sich ein Körper bewegt braucht es ein Bezugs- oder Koordinatensystem welches an einen anderen Körper gekoppelt ist. Nur in bezogen auf dieses Koordinatensystem kann eine Änderung der Position gemessen werden.

In der Darstellung Fig. 1.10 bewegt sich die Kiste gegenüber dem Boden sowohl in Bild a) als auch in Bild b), weil sich der Wagen gegenüber dem Boden bewegt.

Für den Beobachter in Bild b) jedoch ist die Kiste nicht in Bewegung, weil sie in seinem Bezugssystem, welches an den Wagen gekoppelt ist, die Position nicht verändert.

Auch wenn der Wagen steht, kann man nicht absolut sagen, dass er nicht in Bewegung ist. So wäre er z.B. für einen Beobachter auf dem Mond zusammen mit der Erde in Bewegung.

1.7.1 Darstellung der Bewegung

Um Bewegungen darzustellen verwendet man ein Koordinatensystem. Auf der x-Achse wird die Zeit eingetragen und auf der y-Achse die Postion bezogen auf den Ursprung des Bezugssystems.

Um die Bewegung im Koordinatensystem darzustellen, muss man die Position des Körpers bezogen auf den Ursprung des Bezugssystem in jedem Moment kennen.

Beispiel 1.3

In folgendem Beispiel wird die Fahrt zwischen zwei Ampeln betrachtet.
Beide Ampeln sind grün, die Radfahrerin muss nicht halten.

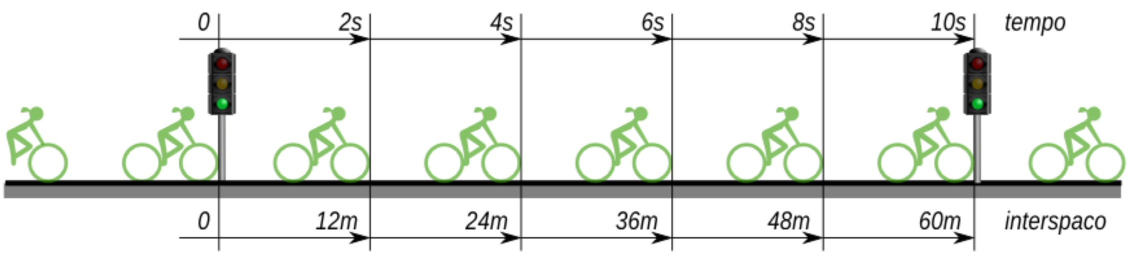


Fig. 1.11: Die Radfahrerin A durchfährt die beiden Ampeln mit gleichbleibender Geschwindigkeit.

MP	t [s]	s[m]
1	2,0	12,0
2	4,0	24,0
3	6,0	36,0
4	8,0	48,0
5	10,0	60,0

In der Tabelle sind die Abstände zwischen dem Anfangspunkt und den Messpunkten an den jeweiligen Zeitpunkten angegeben. Aus den Werten ergibt sich die blau Linie im t-s Diagramm Fig. 1.13. Es ist eine Gerade weil die Geschwindigkeit konstant ist.

Je steiler die Linie ist, welche die Bewegung darstellt, desto größer ist sie Geschwindigkeit.

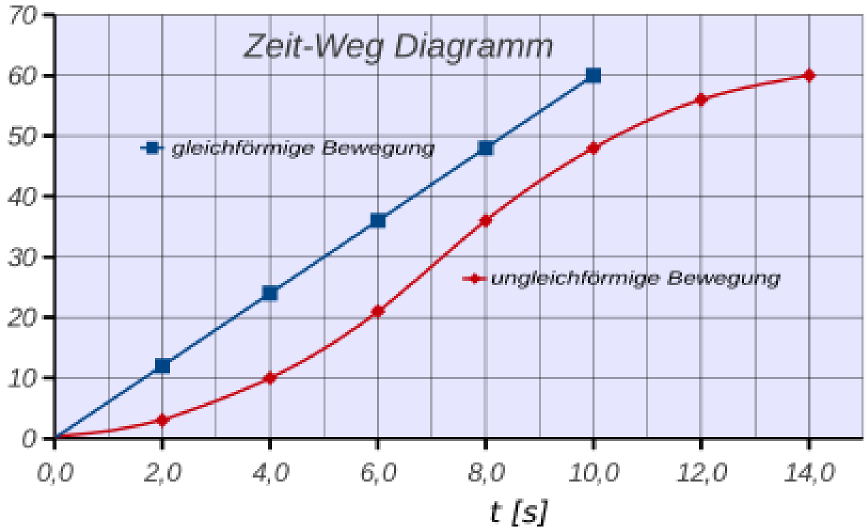


Fig. 1.13: Die blaue Gerade stellt eine Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit dar. Die rote Kurve zeigt eine Bewegung die anfangs schneller und dann langsamer wird.

Beispiel 1.4

Auch dieses Beispiel behandelt eine Bewegung zwischen zwei Ampeln. Die Radfahrerin startet zu Beginn von einer Ampel, die gerade auf grün schaltet und bleibt nach 14 Sekunden bei der nächsten roten Ampel stehen.

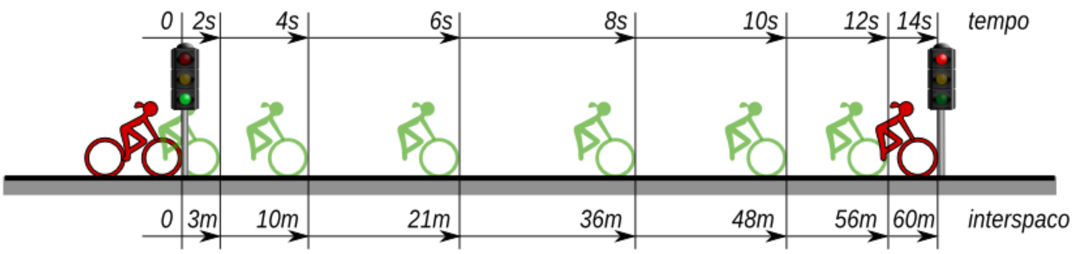


Fig. 1.12: Die Radfahrerin B startet bei der ersten Ampel und bleibt bei der zweiten stehen

MP	t [s]	s[m]
1	2,0	3
2	4,0	10
3	6,0	21
4	8,0	36
5	10,0	48
6	12,0	56
7	14,0	60

Mit den Werten der nebenstehenden Tabelle kann man die rote Kurve im t-s zeichnen (Fig. 1.13). Die Geschwindigkeit ändert sich, also muss sich auch die Steigung der Linie ändern, welche die Bewegung darstellt. Je steiler die Linie ist, desto größer ist die Geschwindigkeit.

Im Diagramm sieht man, dass die Höchstgeschwindigkeit der Radfahrerin B größer ist als die konstante Geschwindigkeit der Radfahrerin A. Zwischen den Zeitpunkten t = 6s und t = 8s ist die rote Linie steiler als die blaue.

1.7.2 Mittlere Geschwindigkeit– Momentangeschwindigkeit

Für die Geschwindigkeit verwendet man das Formelzeichen **v** (lat: *velocitas* ital: *velocità*).

Wenn ein Körper eine Zeit ***t*** benötigt um eine Strecke ***s*** **,** zurückzulegen dann ist seine ***mittlere Geschwindigkeit***:

$$\bar{v} = \frac{s}{t} \qquad \text{mit der Grundeinheit} \quad [v] = \frac{[s]}{[t]} = \frac{1\mathrm{m}}{1\,s} = 1\frac{m}{s}$$

Der Strich über dem Formelzeichen bedeutet Mittelwert.

Die mittlere Geschwindigkeit der Radfahrerinnen in den obeigen Beispielen beträgt:

Radfahrerin A Fig. 1.11 $\bar{v}_1 = \frac{60\,m}{10\,s} = 6{,}0\frac{m}{s}$ Radfahrerin B Fig. 1.12 $\bar{v}_2 = \frac{60\,m}{14\,s} = 4{,}3\frac{m}{s}$

Die mittlere Geschwindigkeit der Radfahrerin A ist größer als die der Radfahrerin B.

Die ***Momentangeschwindigkeit*** ist die Geschwindigkeit eines Körpers zu einem bestimmten Zeitpunkt (Moment).

Da sich die Geschwindigkeit der Radfahrerin A nicht ändert, ist ihre Momentangeschwindigkeit konstant und ihrer Maximalgeschwindigkeit ist gleich der mittleren Geschwindigkeit.

Die Momentangeschwindigkeit der Radfahrerin B ändert sich. Es gibt einen Zeitraum in welchem sie größer ist als dijenige der Radfahrerin A.

Um die Momentangeschwindigkeit zu berechnen verwendet man die Formel: $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$

Δt ist ein kurzer Zeitraum in welchen der Körper die Strecke Δs zurücklegt.([3])

Die Geschwindigkeit der Radfahrerin B erreicht den Höchstwert zwischen den Zeitpunkten 6 *s* und 8 *s*.

Dort erhält man:

$$\Delta t = 8\,s - 6\,s = 2\,s$$
$$\Delta s = 36\,m - 21\,m = 15\,m$$

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{15\,m}{2\,s} = 7{,}5\frac{m}{s}$$

Die Maximalgeschwindigkeit der Radfahrerin B ist also größer als die Geschwindigkeit der Radfahrerin A.([4])

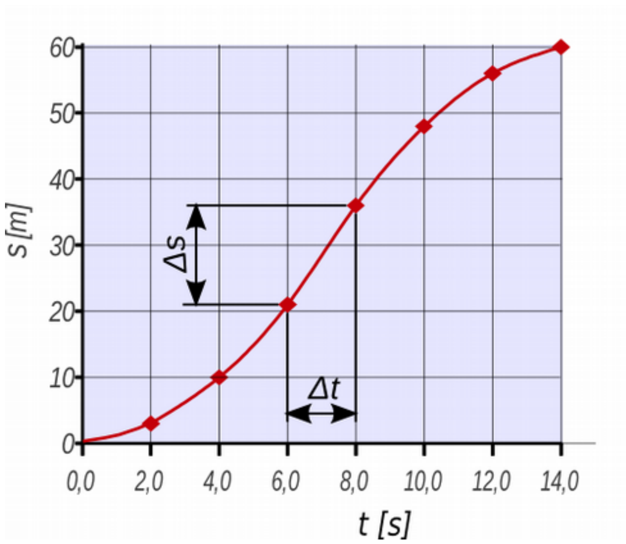


Fig. 1.13

3 Das Präfix Δ (delta) bedeutet, dass sich die Größe zwischen Anfangs- und Endpunkt ändert. $\Delta s = s_{Anfang} - s_{Ende}$ $\Delta t = t_{Anfang} - t_{Ende}$

4 Mathematisch ist die verwendete Formel nicht ganz korrekt, weil für eine genaue Berechnung der Momentangeschwindigkeit der betrachtete Zeitraum fast Null sein müsste. Praktisch berechnet man mit der verwendeten Formel die mittlere Geschwindigkeit im Zeitraum Δt . Die korrekt Formel ist $v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$, die Momentangeschwindigkeit ist die erste Ableitung des Ortes nach der Zeit.

1.7.3 Beispiele

Beispiel 1.5 Die Maßeinheit "Stundenkilometer"

Um die Geschwindigkeit von Fahrzeugen anzugeben wird meist die Maßeinheit Kilometer pro Stunde (*km/h*) verwendet. In obigem Beispiel legt die Radfahrerin eine Strecke von 60 *m* in einer Zeit von 14 *s* zurück.
Wie groß ist ihre mittlere Geschwindigkeit in Kilometern pro Stunde?

Lösung

$t = 14\,s$
$s = 60\,m$

$$\bar{v} = \frac{s}{t} = \frac{60\text{m}}{14\text{s}} = \frac{\frac{60}{1000}km}{\frac{14}{3600}h} = \frac{3600}{1000} \cdot \frac{60}{14}\frac{km}{h} = 3{,}6 \cdot 4{,}3\frac{km}{h} = 15\frac{km}{h}$$

Antwort

Die mittlere Geschwindigkeit beträgt 15 km/h.

Merke dir aus diesem Beispiel! **1 *m/s* = 3,6 *km/h***

Beispiel 1.6 Wer überholt wann?

Eine Passstraße ist bergwärts 9,0 km lang. Ein Radfahrer startet genau um 12:00 Uhr. Nach 50 Minuten erreicht er den Pass und bleibt 5 Minuten stehen. Dann fährt er auf der 12 km langen Talfahrt mit einer mittleren Geschwindigkeit von 32 km/h.
Ein Traktor startet 20 Minuten nach dem Radfahrer und fährt auf der gesamten Strecke konstant mit 20 km/h.
a) Finde heraus um welche Uhrzeit der Traktor den Radfahrer auf der Bergfahrt überholt!
b) Überholt der Radfahrer den Traktor auf der Talfahrt wieder?
Wenn ja, zu welcher Uhrzeit?

Lösung

Strecke der Bergfahrt:: $s_1 = 9{,}0\,km$

Strecke der Talfahrt: $s_2 = 12\,km$ Formeln: $v = \frac{s}{t} \rightarrow t = \frac{s}{v}$

Zeit für die Talfahrt des Radfahrers

$$t_2 = \frac{s_2}{v_2} = \frac{12\,km}{32\frac{km}{h}} = 0{,}375\,h = 22{,}5\,min$$

Gesamtzeit für den Traktor

$$t_t = \frac{s_t}{v_t} = \frac{21\,km}{20\frac{km}{h}} = 1{,}05\,h = 63\,min$$

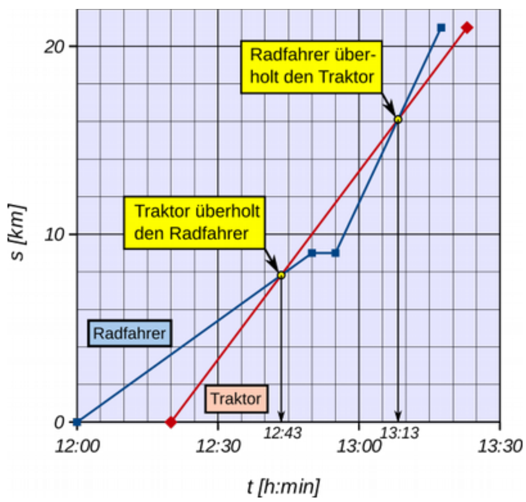


Fig. 1.14

Antwort

Aus dem t-s Diagramm Fig. 1.14 ergibt sich, dass der Traktor den Radfahrer auf der Bergfahrt um 12:43 überholt, und der Radfahrer dann den Traktor auf der Talfahrt um 13:08 wieder einholt.

1.7.4 Aufgaben

1. Der Sekundenzeiger eine Küchenuhr hat eine Länge von 8 cm.
   Berechne die mittlere Geschwindigkeit mit der sich der Zeiger bewegt!
2. Ein Radfahrer fährt konstant mit 36 km/h.
   Wie lang ist die Strecke die er in 2,5 Minuten zurücklegt?
3. Der Mond bewegt sich auf seiner Laufbahn um die Erde mit einer Geschwindigkeit von 1000 m/s. Für eine Umkreisung braucht er 27,3 Tage.
   a) Wie groß ist seine Geschwindigkeit in km/h?
   b) Wie lang ist die Umlaufbahn?
   c) Wie groß ist der Radius der Umlaufbahn (~ Abstand Erde-Mond)?
4. Auf einer 36 km langen Teststrecke fährt ein Auto auf den ersten 15 km mit 30 km/h und auf den folgenden 21 km mit 70 km/h.
   Wie groß ist seine mittlere Geschwindigkeit?
5. Bei einem Duathlon müssen die Teilnehmer 42 km laufen und 180 km radfahren.
   Der Teilnehmer A läuft konstant mit 10,5 km/h und fährt mit dem Rad konstant 30 km/h.
   Der Teilnehmer B läuft mit einer mittleren Geschwindigkeit von 8,4 km/h aber er fährt mit dem Rad so schnell, dass er das Ziel nach 9 Stunden 30 Minuten, also vor der Ankunft des Teilnehmers A, erreicht.
   a) Berechne die mittlere Geschwindigkeit über die Gesamtstrecke für beide Teilnehmer!
   b) Wo und wann überholt der Teilnehmer B den Teilnehmer A?

1.7.5 Lösungen der Aufgaben von Kapitel 1

Aufgaben von Paragraph 1.6.3

1. Schau wie viele Blätter das Buch hat (etwa die Hälfte der Seitenzahl)! Miss die Länge, Breite und Dicke des Buches zwischen den Buchdeckeln, berechne das Volumen und dividiere durch die Anzahl der Blätter!
2. Das Wasser steht in der Dose 6,1 cm hoch.
3. Das Volumen des Lacks beträgt $V_L = 905\ cm^{3,}$, für den Boden braucht es 2100 cm^3. Der Lack reicht also nicht aus.
4. Das Volumen des Tropfens beträgt V_T = 33,5 mm. Die Dose enthält 607 cm^3 . Die benötigte Zeit beträgt genau 5 Stunden.

Aufgaben von Paragraph 1.7.4

1. Die Geschwindigkeit der Spitze des Zeigers beträgt 0,0084 m/s = 0,84 cm/s
2. Die Strecke ist 1500 Meter lang.
3. a) Die Geschwindigkeit beträgt 3600 km/h .
   b) Die Länge der Umlaufbahn ist 2.360.000 km .
   c) Der Radius beträgt 375.000 km.
4. Die mittlere Geschwindigkeit ist 45 km/h
5. a) Die mittlere Geschwindigkeit ist 22,2 km/h für A und 23,4 km/h für B .
   b) B überholt A nach 8 Stunden bei km 162 der Gesamtstrecke.

2 Einige Grundgrößen

2.1 Kraft

Für die Kraft verwendet man das Formelzeichen ***F*** .
Kräfte kann man nur an ihrer Wirkung erkennen. Diese sind entweder Beschleunigung ([5]) oder Verformung.

Eine Kraft bewirkt die Beschleunigung eines freien Körpers (dynamische Wirkung)

Eine Kraft bewirkt die Verformung eines starren Körpers (statische Wirkung)

Wenn ein Körper seine Geschwindigkeit oder seine Form ändert, dann geschieht das, weil eine Kraft auf ihn wirkt.

2.1.1 Messen der Kraft

Messen bedeutet Vergleichen. Um eine Kraft zu messen, muss man ihre Wirkung mit der der Maßeinheit vergleichen. Bei der statischen Wirkung ist das einfach zu realisieren.

Zwei Kräfte sind gleich groß, wenn sie den selben Körper gleich stark verformen!

Für Messzwecke verwendet man als zu verformenden Körper meist eine Stahlfeder.

Die Maßeinheit der Kraft ist das Newton. ***[F] = 1 N***

Die Einheit wurde nach dem englische Physiker Isaac Newton ([6]) benannt.

Das Newton ist eine abgeleitete Einheit, sie kann durch die Grundeinheiten Kilogramm (kg), Meter (m) und Sekunde (s) ausgedrückt werden:

$$1\,N = 1\,kg \times 1\frac{m}{s^2}$$

Dieser Zusammenhang wird in Band 2 erklärt.

In diesem Band verwenden wir die folgende Definition:

1 N ist die Kraft, welche eine Normfeder bis zu einer bestimmten Länge dehnen kann.

Federkraftmesser enthalten solche Normfedern.

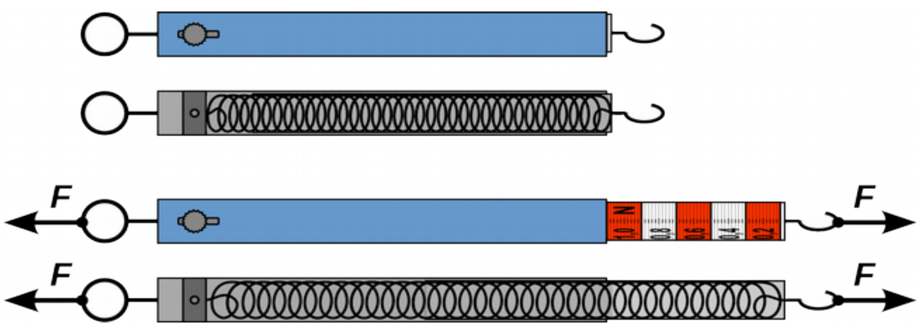


Fig. 2.1: Federkraftmesser enthalten Stahlfedern, welche sich proportional zur Kraft dehnen

---

5 Beschleunigung ist in der Physik jede Änderung des Vektors Geschwindigkeit. Wenn sich der Betrag oder die Richtung der Geschwindigkeit ändert, dann liegt eine Beschleunigung vor und dafür ist eine Kraft erforderlich.

6 ***Isaac Newton*** (1643-1727) war ein bedeutender englischer Mathematiker, Physiker und Alchemist. Er war der herausragende Naturwissenschaftler seiner Zeit. Unter anderem legte er mit den Bewegungsgesetzen und dem Gravitationsgesetz die Grundlagen für die klassische Mechanik.

2.1.2 Die Kraft als Vektor

Die Wirkung einer Kraft hängt nicht nur von ihrem Betrag, sondern auch von ihrer Richtung ab. Fig. 2.2

Kräfte sind ein ***Vektoren*** und werden durch einen Pfeil dargestellt.

Die Länge des Pfeiles ist ein Maße für den Betrag der Kraft und die Pfeilspitze gibt den Richtungssinn an.

Um die Kraft richtig darzustellen muss man einen Kräftemaßstab festlegen.

So bedeutet z.B. $1\,N \equiv 0{,}5\,cm$, dass der Pfeil welcher eine Kraft von 5 N darstellen soll, 2,5 cm lang sein muss.

Wenn man ausdrücklich darauf hinweisen will, dass die Kraft eine vektorielle Größe ist, dann macht man einen Pfeil über das Formelzeichen

$$\textbf{\textit{Vektor}} - \textbf{\textit{Kraft}} \rightarrow \vec{F}$$

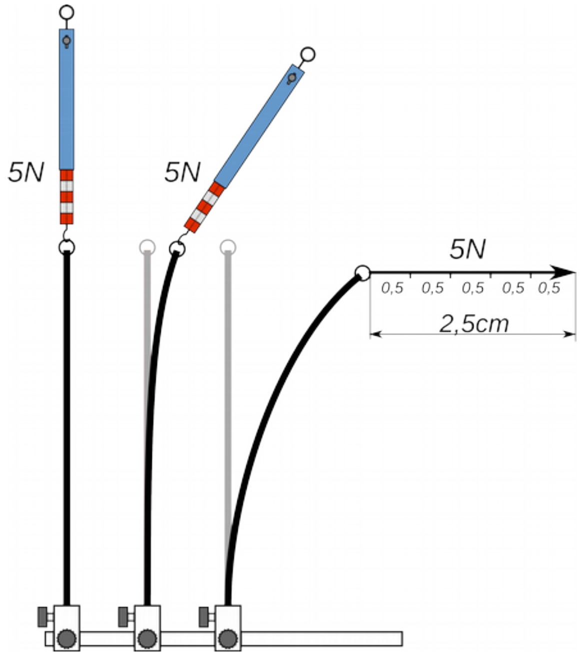


Fig. 2.2: Wenn die Kraft waagrecht wirkt ist ihre Wirkung viel größer als wenn sie senkrecht nach oben wirkt.

2.1.3 Die Bewegungsgesetze von Newton

Die drei ***Bewegungsgesetze von Newton*** sind die grundlegenden Gesetze der klassischen Mechnik.([7])

2.1.3.1 Erstes Gesetz oder Trägheitsgesetz

> ***Ein Körper verharrt im Zustand der Ruhe oder der gleichförmig geradlinigen Bewegung, sofern er nicht durch eine Kraft zur Änderung seines Zustands gezwungen wird.***

Wenn keine Kraft auf einen Körper wirkt, oder wenn die Vektorsumme der einwirkenden Kräfte Null ist ([8]), dann bleibt ein Körper im Zustand der Ruhe oder der gleichförmig geradlinigen Bewegung.

So bewegt sich die Kiste in Fig. 2.3 gleichförmig, wenn die Schubkraft F_S und die Reibungskraft F_R, gleich groß sind.

In diesem Fall ist in horizontaler Richtung die resultierende Kraft gleich Null.

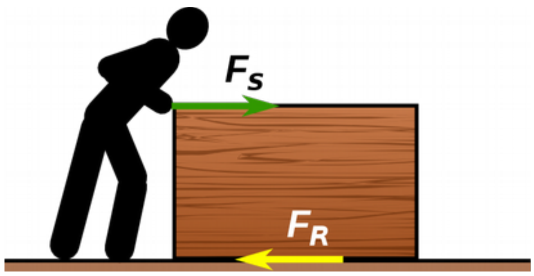


Fig. 2.3

7 Isaac Newton veröffentlichte die Gesetze zuerst in seinem Werk *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* (1687) und nannte sie *Axiome oder Gesetze der Bewegung* um darauf hinzuweisen, dass von ihnen alle weiteren Bewegungsgesetze abgeleitet werden können.

8 Um eine Vektorsumme zu bilden, genügt es nicht die Beträge der Kräfte zu addieren. Man muss ein geeignetes Verfahren anwenden, welches im zweiten Band erklärt wird.

2.1.3.2 Zweites Gesetz oder Aktionsprinzip

Die Änderung der Bewegung ist der Einwirkung der bewegenden Kraft proportional und geschieht nach der Richtung derjenigen geraden Linie, nach welcher jene Kraft wirkt.

An Stelle des Begriffs ***Änderung der Bewegung*** verwendet man jetzt den Begriff ***Beschleunigung*** (Formelzeichen ***a***). Damit wird das zweite Gesetz:

Die Beschleunigung eines Körpers is tpropotional der einwirkenden Kraft und hat dieselbe Richtung wie die Kraft.

Das Gesetz kann als Formel angeschrieben werden $\vec{a} \propto \vec{F}$ ([9])

2.1.3.3 Drittes Gesetz oder Wechselwirkungsgesetz

Kräfte treten immer paarweise auf. Übt ein Körper A auf einen anderen Körper B eine Kraft aus (actio), so wirkt eine gleich große, aber entgegen gerichtete Kraft von Körper B auf Körper A (reactio).

Das Wechselwirkungsprinzip wird auch als Prinzip von *actio* und *reactio* oder kurz „*actio* gleich *reactio*“ (lat. *actio est reactio*) bezeichnet.

Tdas bedeutet, dass wenn auf einen Körper eine Kraft F_{AB} einwirkt, der Körper mit einer gleich großen Kraft entgegenwirkt

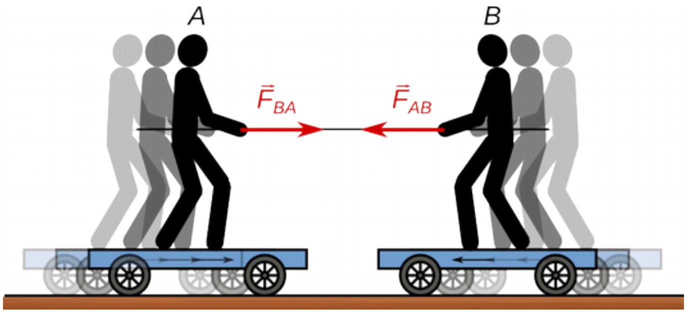


Fig. 2.4: A wirkt auf B mit derselben Kraft wie B auf A

$F_{BA} = -F_{AB}$.

Die Reaktionskraft hat den selben Betrag wie die einwirkende Kraft, aber entgegengesetzte Richtung.

Es zieht also nicht nur die Sonne die Planeten an, sondern auch die Planeten ziehen die Sonne an. Auch wenn die Masse der Sonne viel größer ist als die der Planeten, sind die Aktionskraft und die Reaktionskraft gleich groß.

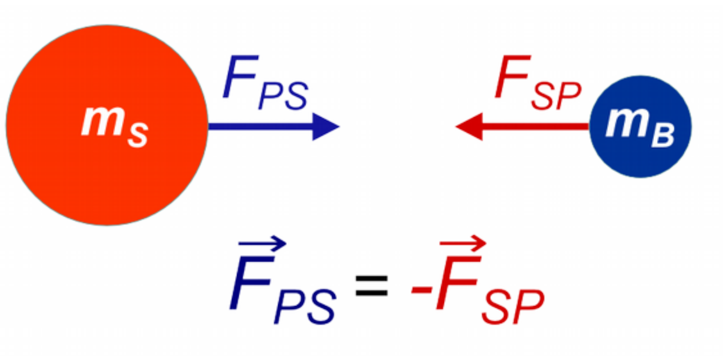


Fig. 2.5: Die Sonne zieht die Planeten mit derselben Kraft an, mit der die Planeten die Sonne anziehen.

9 Auf der Grundlage dieses Gesetzes hat Leonhard Euler im Jahre 1750 als erster das Grundgesetz der Dynamik formuliert $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$. Dieses Gesetz wird in Band 2 behandelt.

2.1.4 Kraft und Dehnung - Hooke-sches Gesetz

Versuch 2.1 - Zusammenhang zwischen Kraft und Dehnung einer Stahlfeder

Eine Stahlfeder wird gedehnt und dabei werden die Kraft F und die Dehnung s gemessen (siehe Fig.2.6)

Man erhält die Werte der folgenden Tabelle. Aus diesen Werten ergibt sich das Diagramm in Fig. 2.7

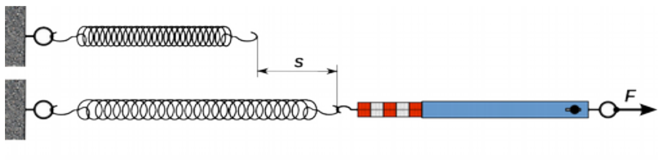


Fig. 2.6

MP	s[mm]	F[N]
1	16,0	0,5
2	33,0	1,0
3	50,0	1,5
4	67,0	2,0
5	86,0	2,5
6	103,0	3,0

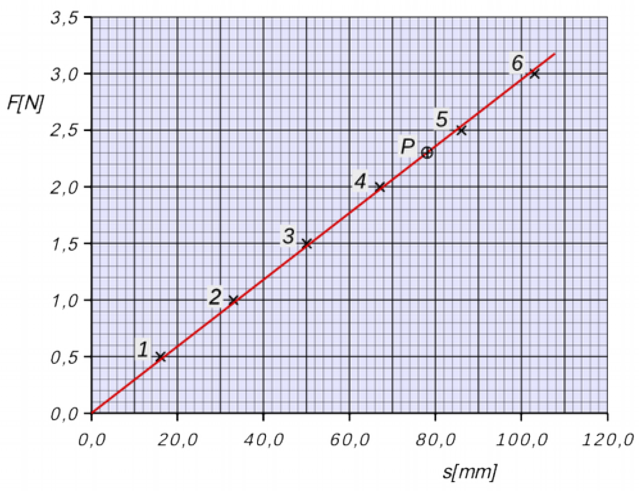


Fig. 2.7: s-F Diagramm der Stahlfeder von Fig.2.6

Es zeigt sich, dass die Messpunkte gut mit einer Ursprungsgeraden angenähert werden können.

Das bedeutet, dass die Dehnungskräfte und die Dehnungen für eine Stahlfeder proportional sind.

$$s \propto F \quad \Leftrightarrow \quad F \propto s \quad \rightarrow \quad \frac{F}{s} = konst \qquad \text{für eine Stahlfeder}$$

2.1.4.1 Federkonstante

Die Konstante aus Versuch 2.1, ist ein charakteristischer Wert für jede Stahlfeder. Sie heißt ***Federkonstante*** und man verwendet dafür das Formelzeichen D. Je härter eine Feder ist, desto größer ist D und um so steiler ist die Gerade im s-F Diagramm. Fig. 2.8

$$D = \frac{F}{s} \quad \rightarrow \qquad [D] = \frac{1\mathrm{N}}{1\mathrm{m}} = 1\frac{N}{m}$$

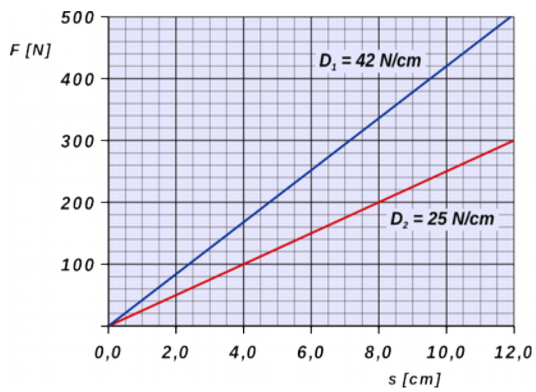


Fig. 2.8: s-f Diagramm für zwei verschiedene Stahlfedern

Allgemein sagt man, dass wenn bei einem Körper die Dehnung proportional der Kraft ist, für diesen das ***Hooke'sche Gesetz*** ([10]) gilt.

Umgekehrt sind bei einem Körper für den das Hooke'sche Gesetz gilt, Dehnung und Kraft proportional.

10 Robert Hooke (1635-1702) war ein englischer Universalgelehrter.

Beispiel 2.1

Die Federung von Fig. 2.9 besteht aus zwei Federn mit den Federkonstanten $D_1 = 42$ N/cm und $D_2 = 25$ N/cm.
Die Feder 1 ist im Inneren der Feder 2. Wenn sie entlastet sind, sind beide Federn gleich lang.
a) Um wie viele Zentimeter wird die Federung zusammengedrückt, wenn sie mit einer Gesamtkraft von 500 N belastet wird?
b) Wie groß ist die Federkonstante der Federung?

Lösung

$D_1 = 42\,N/cm \qquad D_2 = 25\,N/cm \qquad F = 500\,N$

F ist die Summe der Kräfte F_1 und F_2 welche auf die Federn wirken.
Die Verformung *s* ist für beide Federn gleich groß.

a) $F = F_1 + F_2 = D_1 \cdot s + D_2 \cdot s = s \cdot (D_1 + D_2)$

$$s = \frac{F}{D_1 + D_2} = \frac{500\,N}{42\frac{N}{cm} + 25\frac{N}{cm}} = 7{,}46\,cm$$

b) $D = \frac{F}{s} = D_1 + D_2 = 67\frac{N}{cm}$

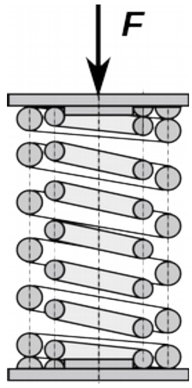


Fig. 2.9

Antwort

Die Federung wird um 7,46 cm zusammengedrückt, ihre Federkostante beträgt 67 N/cm.

2.1.5 Ausgleichslinie - Ausgleichsgerade

Ausgleichslinie nennt man die geometrische Kurve, welche sich bestmöglich an eine Reihe von Messpunkten annähert. Im Fall von Versuch 2.1 ist diese Linie eine Gerade, man nennt sie die ***Ausgleichsgerade***.

Wenn man die im Diagramm von Fig. 2.7 eingetragenen Messpunkte genau betrachtet, stellt man fest, dass keiner der Punkte 1- 6 sich genau auf der Geraden befindet.

Wenn man die Ausgleichsgerade berechnet, dann stellt man fest, dass man für verschiedenen Punkte jeweils ein anderes Ergebnis erhält.
Zum Beispiel:

MP2: $F_2 = 1{,}0\,N \quad s_2 = 33\,mm$ $\qquad D_2 = \frac{1{,}0\,N}{0{,}033\,m} = 3{,}0\frac{N}{m}$

MP6: $F_6 = 3{,}0\,N \quad s_6 = 103\,mm$ $\qquad D_6 = \frac{3{,}0\,N}{0{,}103\,m} = 2{,}9\frac{N}{m}$

Welches ist nun der richtige Wert für die Federkonstante D der Feder aus Versuch 2.1 ?

Der beste mögliche Wert ist derjenige, den man erhält, wenn man für die Berechnung einen Punkt der ***Ausgleichsgeraden*** wählt.

Einer dieser Punkte ist der Punkt P in Fig. 2.7.

Für diesen Punkt erhält man: $F = 2{,}3\,N \quad s = 78\,mm \;\rightarrow\; D = \frac{2{,}3\,N}{0{,}078\,m} = 2{,}9\frac{N}{m}$

Als ist der beste mögliche Wert der Federkonstante für die Messreihe von Versuch 2.1 der Wert D = 2,9 N/m.

2.2 Masse

Für die Masse verwendet man das Formelzeichen $\boldsymbol{m}$.

Die Masse ist eine physikalische Grundgröße, sie ist eine Eigenschaft der Körper.

Die Masse eines Körpers ist überall die selbe, sie ist ortsunabhängig.

2.2.1 Messen der Masse

Die Maßeinheit der Masse ist das Kilogramm $\mathbf{1}\,\boldsymbol{kg}$

Seit 1889 ist ein Kilogramm definiert als die Masse des "Urkilogramms", ein Metallzylinder aus einer speziellen Legierung aus Platin (90%) und Iridium (10%), mit der offiziellen Bezeichnung Pt-10Ir. Das Original wird in einem Tresor des Internationalen Büros für Maß und Gewicht (BIPM) in Sèvres bei Paris aufbewahrt. Dieser Prototyp wird verwendet, um Kopien herzustellen, welche den einzelnen Ländern die das metrische System verwenden zur Verfügung gestellt werden.(siehe 1.3.2)

Fig. 2.10: Prakilogramo

Um Massen zu messen verwendet man eine Waage, z.B. eine Balkenwaage oder eine Federwaage.

Fig. 2.11: Balkenwaage

Fig. 2.12: Federwaage

Genau betrachtet messen Waagen nicht die Masse, sondern sie vergleichen nur die ***Gewichtskraft*** (siehe 2.2.2), welche auf die zu bestimmende Masse wirkt, mit derjenigen, welche auf die Maßeinheit wirkt. Die Gewichtskraft ist jedoch abhängig vom Ort, an dem sich ein Körper befindet. Des ist es notwendig, dass sich die Maßeinheit und die zu messende Masse am selben Ort befinden.

Wenn man eine Balkenwaage verwendet, dann sind Maßeinheit und zu messende Masse stets am selben Ort.

Verwendet man hingegen eine Federwaage, dann ist der angezeigte Wert nur an jenem Ort genau, an welchem die Kalibrierung vorgenommen wurde.

2.2.2 Gewichtskraft

Massen ziehen sich gegenseitig an. ([11]) Die ***Gewichtskraft*** (Formelzeichen F_G) ist die Kraft, mit welcher die Erde einen Körper anzieht. Diese Kraft nennt man auch G***ravitation***.([12])

Die Gewichtskraft ist nicht konstant. Sie ist eine Wechselwirkung zwischen der Erde und dem Körper und hängt deshalb von dessen Position auf der Erde ab. Die Änderung der Gewichtskraft zwischen verschiedenen Orten auf der Erde ist zwar klein, aber gut messbar.

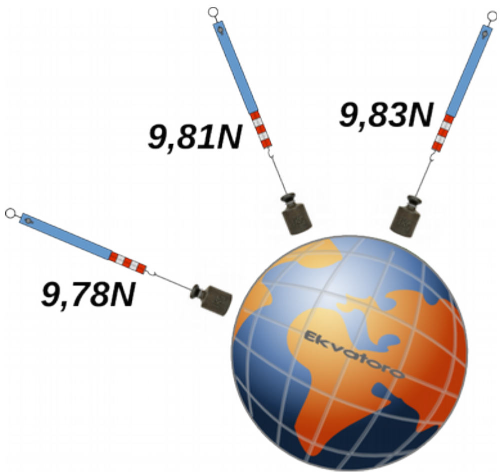


Fig. 2.13: Gewichtskraft welche auf eine Masse von 1kg wirkt

Für eine Masse ***m=1kg*** erhält man:

am Nordpol	$F_G = 9{,}83N$
auf 45° Breite	$F_G = 9{,}81N$
am Äquator (Meereshöhe)	$F_G = 9{,}78N$
in Ecuador auf 6000m Höhe	$F_G = 9{,}77N$

Im Mittel wird eine Masse von ***1kg*** auf der Erde mit eine Gewichtskraft von ***9,81N*** angezogen.

Man sagt, dass auf der Erde der ***Ortsfaktor*** oder die ***Erdbeschleunigung***([13]) gleich ***9,81N/kg*** ist.

Das Formelzeichen dieses Faktors ist ***g***.

Einige Werte von ***g*** :

Erde	9,81 *N/kg*	Mond	1,62 *N/kg*
Mars	3,70 *N/kg*	Jupiter	23,12 *N/kg*

Allgemein gilt: ***Gewichtskraft = Masse x Ortsfaktor*** $\qquad F_G = m \cdot g$

2.2.2.1 Beispiel 2.2

An eine Feder mit der Federkonstante D = 25 N/m wird ein Wägestück mit 200 g Masse angehängt.
a) Um wie viele Zentimeter wird die Feder verlängert?
b) Um wie viel würde die Feder auf dem Mond verlängert?

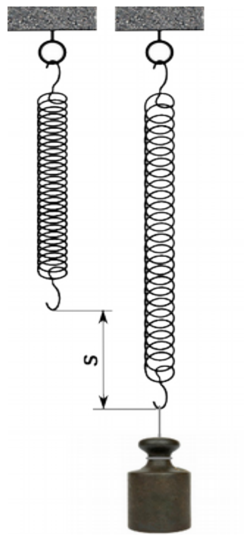


Fig. 2.14

Lösung

$$D = 25\frac{N}{m} \qquad m = 200\,g$$

$$auf\ der\ Erde: g_T = 9{,}81\frac{N}{kg} \qquad auf\ dem\ Mond: g_M = 1{,}62\frac{N}{kg}$$

---

11 Wegen der Gravitation ziehen sich alle Massen gegensetig an. Die Anziehungskraft hängt von der Größe der Massen und ihrem Abstand ab. Newton formulierte als erster mathematisch $F_G = \frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{r^2}$

12 In der Alltagssprache nennt man die *Masse* häufig *Gewicht*. In Physik sollte man das nicht tun, weil sonst Masse und Gewichtskraft leicht verwechselt werden.

13 Die Erdbeschleunigung ***g*** ist die Beschleunigung frei fallender Körper (siehe Band 2).

a) auf der Erde

$$F_T = m \cdot g_T = 0{,}20\,kg \cdot 9{,}81 \frac{N}{kg} = 1{,}96\,N$$

$$s_T = \frac{F_T}{D} = \frac{1{,}96\,N}{0{,}25 \frac{N}{cm}} = 7{,}84\,cm$$

b) auf dem Mond

$$F_L = m \cdot g_L = 0{,}20\,kg \cdot 1{,}62 \frac{N}{kg} = 0{,}32\,N$$

$$s_L = \frac{F_L}{D} = \frac{0{,}32\,N}{0{,}25 \frac{N}{cm}} = 1{,}28\,cm$$

Antwort: Auf der Erde beträgt die Verlängerung 7,8 cm und auf dem Mond 1,3 cm.

2.2.3 Aufgaben

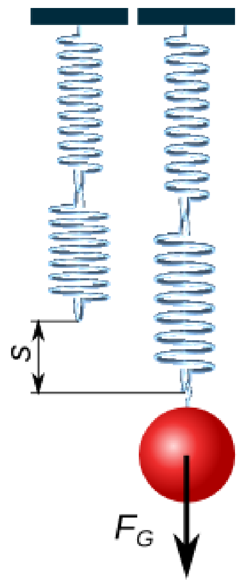


Fig. 2.16

1. Das Bild 2.15 zeigt die Aufhängung eines Autos mit deren Feder. Die Federkonstante beträgt 16 N/mm. In das Auto steigen vier Personen mit einer Gesamtmasse von 300 kg. Das Gewicht verteilt sich gleichmäßig auf die vier Räder.
   Um wie viel wird jede Feder zusammengedrückt?

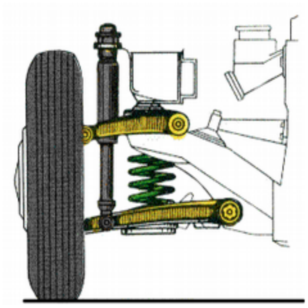


Fig. 2.15

2. Zwei Federn mit den Federkonstanten $D_1 = 4{,}2$ N/cm und $D_2 = 2{,}5$ N/cm werden aneinander gehängt.
   Wenn an die beiden Federn eine Eisenkugel gehängt wird verlängern sie sich um insgesamt 25 cm. (siehe Fig. 2.16)
   a) Berechne die Masse der Kugel !
   b) Wie groß ist die Federkonstante der Federgruppe?

2.3 Dichte

Für die Dichte verwendet man das Formelzeichen ρ (rho).

Die ***Dichte*** oder ***Massendichte*** ist eine charakteristische Eigenschaft der ***Materialien***.

Versuch 2.2 - Zusammenhang zwischen Masse und Volumenvon Körpern aus demselben Material

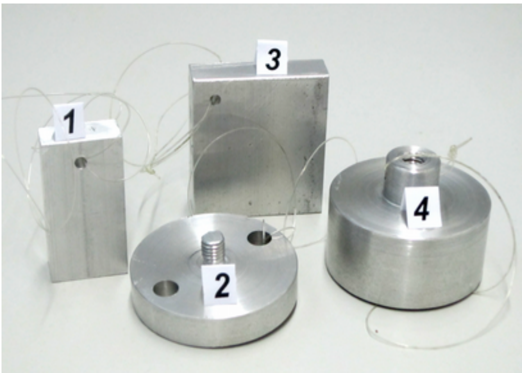


Fig. 2.17

Die Körper in Fig. 2.17, sind alle aus dem selben Material Aluminium. Wenn man das Volumen([14]) und die Massen der Körper misst, dann erhält man die Werte der folgenden Tabelle.

14 Um den genauen Wert des Volumens zu bestimmen wird die Methode von Archimedes verwendet. Die Methode wird in Paragraph 3.3.5, Versuch 3.3 erklärt.

Mit diesen Werten kann man das Diagramm von Fig. 2.18 zeichnen.

	V [cm³]	m [g]
1	7,6	20,3
2	11,5	32,2
3	16,5	44,5
4	28,7	80,2

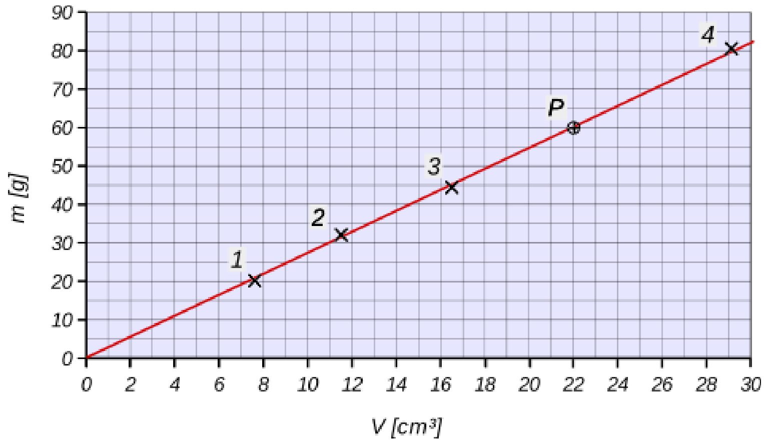


Fig. 2.18: V-m Diagramm für die Körper von Fig. 2.17

Aus dem Diagramm von Fig. 2.18 ergibt sich, das die Messpunkte gut durch eine Ursprungsgerade angenähert werden.

Das bedeutet, dass die Masse und das Volumen für Körper aus demselben Material proportional sind.

$$m \propto V \quad \rightarrow \quad \frac{m}{V} = konst$$ Für Körper aus dem selben Material!

2.3.1 Dichte

Die Konstante aus dem Versuch 2.2, ist ein charakteristischer Wert für jedes Material. Sie heißt ***Dichte*** oder ***Massendichte*** und man verwendet dafür das Formelzeichen $\boldsymbol{\rho}$ (rho).

$$\rho = \frac{m}{V} \qquad [\rho] = \frac{1\,kg}{1\,m^3} = 1\frac{kg}{m^3}$$

Für Aluminium ergibt sich aus dem Punkt ***P*** der Ausgleichsgeraden in Fig. 2.18 :

$$m = 60\,g \qquad V = 22\,cm^3$$

Die Dichte beträgt also $\rho = \frac{m}{V} = \frac{60\,g}{22\,cm^3} = 2{,}7\frac{g}{cm^3} = \frac{0{,}060\,kg}{0{,}000022\,m^3} = 2700\frac{kg}{m^3}$

Wenn man die Maßeinheit kg/m³ verwendet, dann sind bei festen Materialien die Werte der Dichte relativ groß. Deshalb werden manchmal andere Einheiten wie g/cm³ oder kg/dm³ verwendet.

$$1000\frac{kg}{m^3} = 1\frac{g}{cm^3} = 1\frac{kg}{dm^3} = 1\frac{kg}{l}$$

In der Tabelle der folgenden Seite sind die Werte der Dichte für einige chemische Elemente und andere Stoffe angegeben.

Elemente bei 20°C	Dichte [kg/m³]	feste Stoffe	Dichte [kg/m³]	Flüssigkeiten und *Gase***	Dichte [kg/m³]
Platin	21450	Diamant	3520	Meerwasser	1.030
Gold	19320	Granit	~ 2800	reines Wasser (4°C)	1.000
*Quecksilber**	*13550*	Marmor	~ 2800	Ethanol	790
Blei	11340	Glas	~ 2600	Benzin	700
Silber	10490	Sand	~ 1500	*Butan*	*2,73*
Kupfer	8950	Acrylglas	1200	*Luft*	*1,29*
Nickel	8900	Eis (0°C)	920	*Metan*	*0,72*
Eisen	7860	Holz	400-800	*Helium*	*0,18*
Aluminium	2700	Kork	200-400	*Wasserstoff*	*0,09*
** füssig*				** *bei 0°C und 1013 hPa*	

Tab. 2.1

Beispiel 2.3

Eine Eisenkugel hat einen Durchmesser von 7,5 cm.
Berechne ihre Masse!

Lösung

$$d = 7{,}5\,cm \qquad \rho = 7{,}86\frac{g}{cm^3} \qquad V = \frac{d^3 \cdot \pi}{6} = \frac{(7{,}5\,cm)^3 \cdot \pi}{6} = 221\,cm^3$$

$$\boldsymbol{\rho = \frac{m}{V}} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{m = V \cdot \rho} = 221\,cm^3 \cdot 7{,}86\frac{g}{cm^3} = 1737\,g = 1{,}74\,kg$$

Antwort: Die Masse der Kugel beträgt 1,74 kg.

Beispiel 2.4

Die Legierung aus welcher das Urkilogramm besteht, hat eine Dichte von 21550 kg/m³.
Sind die im Bild von Fig. 2.19 angegebenen Werte von Höhe und Durchmesser ganz genau?

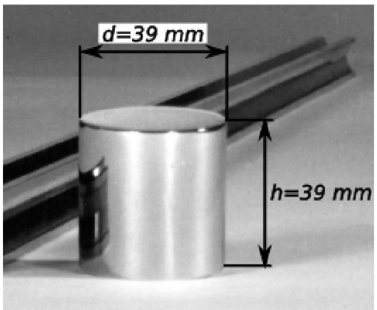


Fig. 2.19: Urkilogramm

Lösung

$$m = 1\,kg \qquad \rho = 21{,}55\frac{g}{cm^3}$$

$$\boldsymbol{\rho = \frac{m}{V}} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{V = \frac{m}{\rho}} = \frac{1000\,g}{21{,}55\frac{g}{cm^3}} = 46{,}4\,cm^3$$

Wenn man die Werte von Fig. 2.19 $d = 3{,}9\,cm$ $h = 3{,}9\,cm$ verwendet, erhält man:

$$V = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot h = \frac{(3{,}9\,cm)^2 \cdot \pi}{4} \cdot 3{,}9\,cm = 46{,}6\,cm^3$$ etwas mehr als 46,4 cm³

Antwort: Die Werte in Fig. 2.19 sind nicht ganz genau. Die realen Werte sind etwas kleiner.

2.3.2 Aufgaben

Fig. 2.20

1. Eine Eisenkugel mit einem Durchmesser von 8,6 cm wird an eine Feder gehängt, welche eine Federkonstante von 12 N/cm hat (siehe Fig. 2.20)

   Um wie viel verlängert sich die Feder?

2. Auf den Waagschalen der Balkenwaage von Fig. 2.11 befinden sich zwei gleich Gläser. In einem befinden sich 80 cm³ Ethanol, im anderen ist Wasser.

   Wie viel Wasser in cm³ ist im zweiten Glas, wenn die Waage im Gleichgewicht ist?

Fig. 2.21: Goldbarren

3. Ein Klassenzimmer ist 9,30 m lang und 8,2 m breit.

   Berechne die Masse der Luft im Klassenzimmer!

4. Das Bild von Fig. 2.21 zeigt Goldbarren mit einer Masse von 1 kg.

   Berechne ihr Volumen!

5. Ein 1 m langer Kupferdraht hat eine Masse von 22,4 g.
   Berechne den Drahtdurchmesser!

2.3.3 Lösungen der Aufgaben von Kapitel 2

Aufgaben von Paragraph 2.2.3

1. Jede Feder wird um 4,6 cm zusammengedrückt.
2. a) Die Masse der Kugel beträgt 3,99 kg
   b) Die Federkonstante der Gruppe von Federn beträgt 1,57 N/cm.

Aufgaben von Paragraph 2.3.2

1. Die Feder verlängert sich um 2,14 cm.
2. Im zweiten glas befinden sich 63,2 cm³ Wasser.
3. Die Masse der Luft im Klassenzimmer beträgt 344 kg.
4. Das Volumen eines Goldbarrens beträgt 51,8 cm³.
5. Der Durchmesser beträgt 1,8 mm.

3 Übertragung der Kraft in Fluiden

3.1 Struktur der Materie

Fig. 3.1: Das Atomium in Brüssel ist ein vergrößertes Modell eines Eisenkristalls, wo die Kugeln die Eisenatome darstellen.

Die Materie besteht aus kleinsten Teilchen, welche irgendwie angeordnet und verbunden sind. Die Teilchen welche wir in diesem Kapitel betrachten sind die Atome und die Moleküle.

Atome sind die kleinsten Teilchen eines chemischen Elements. Sie sind mit chemischen Verfahren nicht weiter teilbar. Einige Stoffe, wie die Metalle (z.B. Eisen Fe, Aluminium Al, Kupfer Cu, ...), die Halbleiter (z.B. Kohlenstoff C, Silizium Si, Germanium Ge ...) und die Edelgase (z.B. Helium He, Neon Ne ...), bestehen nur aus Atomen desselben Elements.

Moleküle bestehen aus zwei oder mehreren Atomen die aneinander gebunden sind. Sie sind die kleinsten Teilchen eines bestimmten Reinstoffes. Moleküle können durch chemische Verfahren in ihre Bestandteile zerlegt werden.

Die meisten Materialien bestehen aus Molekülen. Die folgenden Bilder zeigen Modelle der Moleküle von Sauerstoff (O_2), Wasser (H_2O) und Zucker ($C_{12}H_{22}O_{11}$).

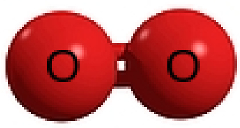


Fig. 3.2: Sauerstoff O_2

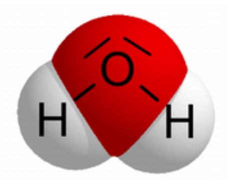


Fig. 3.3: Wasser H_2O

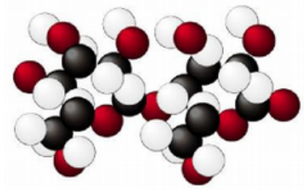


Fig.3.4: Zucker $C_{12}H_{22}O_{11}$

3.1.1 Größe der Teilchen

Das folgende Beispiel dient dazu, die Größe der kleinsten Teilchen zu veranschaulichen.

Beispiel 3.1

Eine Person erhält bei der Hochzeit einen goldenen Ehering mit einer Masse von7,4 *g*.
a) Wie lang wäre die Seite der Würfel, wenn die Atome würfelförmig wären?
b) Durch Abrieb verringert sich die Masse des Rings nach 40 Jahren um 5%. Wie viele Gold-Atome gehen durchschnittlich in jeder Sekunde verloren?
Die Molmasse ([15]) von Gold beträgt 197 *g/Mol* und die Dichte 19,32 *g/cm³*.

Fig. 3.5: Goldener Ehering

15 Das Mol ist die Maßeinheit der Stoffmenge. Ein Mol eines jeden Stoffes enthält $6{,}022 \times 10^{23}$ Teilchen. Die Molmasse ist die Masse von einem Mol eines Stoffes.

Lösung

$$m = 7{,}4\,g \qquad \rho = 19{,}32\,\frac{g}{cm^3} \qquad M = 197\,g/mol \quad \rightarrow \quad V = \frac{m}{\rho} = 0{,}383\,cm^3$$

Die Anzahl von Molen des Ringes beträgt $n = \frac{m}{M} = \frac{7{,}4\,g}{197\,g/mol} = 0{,}0376\,mol$

Nachdem jedes Mol $N_A = 6{,}022 \times 10^{23}$ Atome hat, beträgt die Anzahl der Atome des Rings

$$z = n \cdot N_A = 0{,}0376\,mol \cdot 6{,}022 \cdot 10^{23}\,\frac{Atome}{mol} = 2{,}26 \cdot 10^{22}\,Atome$$

a)

Das Volumen eines Atoms beträgt $V_A = \frac{0{,}383\,cm^3}{2{,}26 \cdot 10^{22}} = 1{,}7 \cdot 10^{-23}\,cm^3 = 1{,}7 \cdot 10^{-29}\,m^3$

Wenn die Atome würfelförmig wären dann wäre deren Seite $a = \sqrt[3]{V_A} = 2{,}6 \cdot 10^{-10}\,m$

b)

Die Anzahl der in 40 Jahren verlorengegangenen Atome beträgt $0{,}05 \cdot 2{,}26 \cdot 10^{22} = 1{,}13 \cdot 10^{21}$

und die Zahl der Atome die in jeder Sekunde verloren gehen ist $\frac{1{,}13 \cdot 10^{21}}{40 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600} = 896 \cdot 10^{9}$

Antwort: Die Länge der Seiten beträgt $2{,}6 \cdot 10^{-10}\,m$ und die Person verliert 900 Milliarden Atome in jeder Sekunde. Diese Zahlen verdeutlichen die Kleinheit der Atome.

3.1.2 Aggregatzustände der Materie

Die drei klassischen Aggregatzustände sind:

- ***fester Zustand***
- ***flüssiger Zustand***
- ***gasförmiger Zustand***

Durch Erwärmung gehen feste Stoffe beim Erreichen des Schmelzpunktes in den flüssigen und beim Erreichen des Siedepunktes in den gasförmigen Zustand über.

Nicht klassische Aggregatzustände sind Plasma und Suprafluidität.

3.1.2.1 Fester Zustand

Im festen Zustand sind die Teilchen sehr eng beisammen (hohe Packungsdichte), regelmäßig angeordnet und durch starke Kräfte aneinander gebunden.

Festkörper haben ein festes Volumen und eine feste Form. Jede Verformung erfordert einen gewissen Energieaufwand.

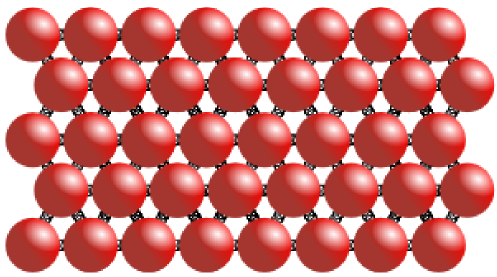


Fig. 3.6: Modell eines Festkörpers

3.1.2.2 Flüssiger Zustand

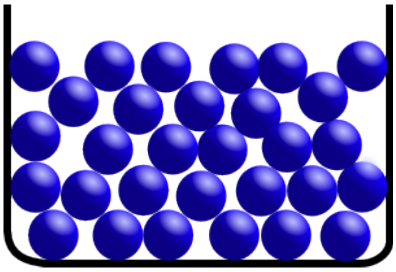


Fig. 3.7: Modell einer Flüssigkeit

Im flüssigen Zustand sind die Teilchen sehr eng beinander aber nicht regelmäßig angeordnet. Die Bindungskräfte zwischen den Teilchen sind schwach.

Flüssigkeiten haben ein nahezu festes Volumen, das sich bei Temperaturänderung ein wenig und bei Druckänderung fast überhaupt nicht ändert.

Flüssigkeiten sind inkompressibel!

Ihre Form ist veränderbar. Üblicherweise nehmen sie die Form des Gefäßes an, in dem sie enthalten sind.

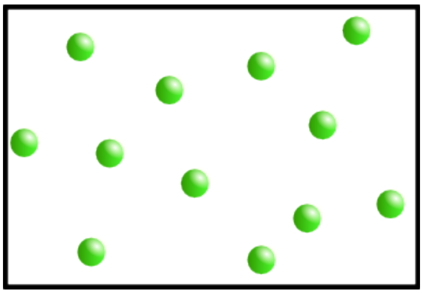


Fig. 3.8: Modell eines Gases

3.1.2.3 Gasförmiger Zusatand

Im gasförmigen Zustand sind die Teilchen sehr weit voneinander entfernt und bewegen sich unregelmäßig im gesamten zur Verfügung stehenden Raum.

Bei idealen Gasen sind die Teilchen überhaupt nicht aneinander gebunden und ihr Volumen ist im Vergleich zu dem des Behälters vernachlässigbar.

Gase sind leicht zusammenpressbar!

3.1.2.4 Fluid

Fluid ist die gemeinsame Bezeichnung für Flüssigkeiten und Gase, für welche viele physikalische Gesetze gleichermaßen gelten.

3.2 Übertragung der Kraft – Druck

Wenn man auf einen festen Körper eine Kraft ausübt, dann wird diese durch den Körper weiter geleitet.

Wenn man suf eine Flüssigkeit drückt, dann wird die Kraft nicht weiter geleitet, weil die Teilchen seitlich ausweichen. Fig.3.9 Fig. 3.10

Fig.3.9

Fig. 3.10

Festkörper sind wegen ihrer Steifigkeit gut für die Übertragung von Kräften geeignet. Bei Flüssigkeiten ist das nicht so einfach möglich, weil sie leicht verformbar sind. Flüssigkeiten übertragen Kräfte nur, wenn sie in einem festen Behälter eingeschlossen sind.

Fig. 3.11

Wenn eine Kraft ***F*** auf eine bewegliche Begrenzungsfläche ***A*** des Behälters wirkt, dann erhöht sich der Druck im Behälter. Unabhängig von der Richtung der ausgeübten Kraft wirkt der Druck dann überall senkrecht zur Gefäßwand.Fig. 3.11

Der Druck breitet sich nach allen Richtungen gleichermaßen aus. (Pascal'sches Prinzip)

Das zeigt auch der folgende Versuch.

Versuch 3.1

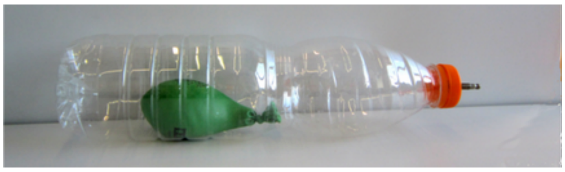


Fig. 3.12: Flasche mit Luft bei Außendruck

Fig. 3.13: Flasche mit komprimierter Luft

In einer PET-Flasche befindet sich ein kleiner Luftballon, der ein wenig mit Luft gefüllt ist. Wenn man nun Luft in die Flasche pumpt, beobachtet man, dass der Druck nicht nur nach außen auf die Wand der Flasche wirkt, sondern auch nach innen auf den Luftballon, welcher kleiner wird.

Versuch 3.2 - Zusammenhang zwischen Kraft und Fläche bei gleichem Druck

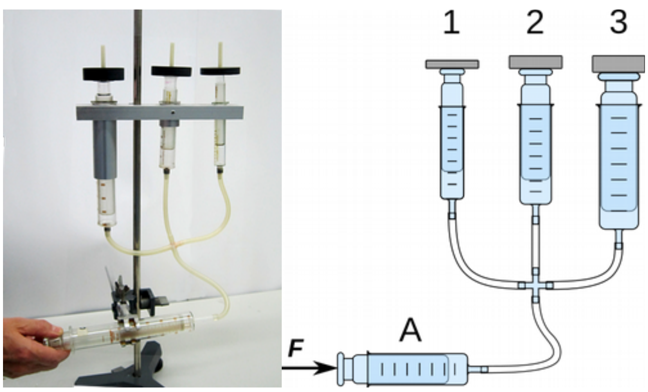


Fig. 3.14

Wenn man auf den Zylinder C (Fig. 3.14), eine Kraft ausübt, dann erhöht sich der Druck im gesamten System, also auch in den Zylindern 1, 2 und 3 .

Die Kolben 1, 2, 3 werden angehoben, weil eine Kraft wirkt, welche der Gewichtskraft auf die Kolben und die darauf liegenden Gewichtsstücke entgegenwirkt. Die Gewichtskräfte der einzelnen Kolben sowie die jeweiligen Querschnittsflächen sind verschieden.

In der folgenden Tabelle sind die Flächen und die auf jeden Kolben wirkenden Kräfte angeführt.

P	d [cm]	A [cm²]	m_t [g]	F [N]]
1	1,48	1,72	42	0,41
2	2,00	3,14	76	0,75
3	2,50	4,91	120	1,18

Die Formelzeichen bedeuten:

d Kolbendurchmesser $A=d^2 \cdot \pi / 4$ Kolbenfläche

m_t Masse des Kolbens samt darauf liegendem Gewicht

$F=m_t \cdot g$ Gesamtkraft welche auf den Kolben wirkt

Aus den Werten der Tabelle ergibt sich das nebenstehende Diagramm Fig. 3.15

Aus dem Diagramm ist ersichtlich, dass eine Gerade durch den Ursprung die einzelnen Messpunkte gut annähert.

Das bedeutet, dass die Kraft welche durch den Druck auf einen Teil der Gefäßwand mit Fläche ***A*** ausgeübt wird, proportional dieser Fläche ist.

Für einen bestimmten Druck gilt:

$$F \propto A \quad \rightarrow \quad \frac{F}{A} = konst$$

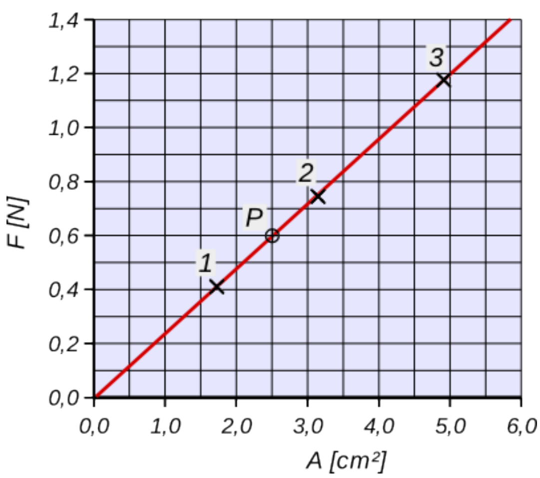


Fig. 3.15

3.2.1 Berechnung des Drucks

Die Konstante welche in Versuch 3.2 ermittelt wurde ist der Wert, der den ***Druck***, kennzeichnet. Man verwendet dafür das Formelzeichen ***p*** .

$$\boldsymbol{p = \frac{F}{A}} \qquad [\boldsymbol{p}] = \frac{\mathbf{1\,N}}{\mathbf{1}\,\boldsymbol{m}^2} = \mathbf{1}\frac{\boldsymbol{N}}{\boldsymbol{m}^2} = \mathbf{1\,Pa} = 1\,Pascal \quad ^{(16)}$$

Für den Druck im Inneren der Zylinder von Fig. 3.14 erhält man aus dem Punkt P Fig. 3.15:

$$F = 0{,}60\,N \qquad A = 2{,}5\,cm^2 = 0{,}00025\,m^2 \qquad p = \frac{F}{A} = \frac{0{,}60\,N}{0{,}00025\,m^2} = 240\,Pa$$

Wenn man die Maßeinheit ***Pa*** verwendet, dann ergeben sich häufig sehr große Werte für den Druck. Deshalb verwendet man auch andere Einheiten wie ***bar*** oder ***N/cm²***.

$$\boldsymbol{1bar = 10\frac{N}{cm^2} = \frac{10\,N}{0{,}0001\,m^2} = 10^5\frac{N}{m^2} = 10^5\,Pa}$$

3.2.2 Luftdruck - absoluter Druck - relativer Druck

Fig. 3.16: Dosenbarometer

Der ***Luftdruck*** oder ***atmosphärische Druck*** $\boldsymbol{p_{atm}}$ ist der Druck, welcher durch die Gewichtskraft der Luftsäule erzeugt wird, welche auf jeden Teil der Erdoberfläche wirkt (siehe 3.3.4). Der Luftdruck ändert sich hauptsächlich mit der Wetterlage, aber auch mit der Tages und Jahreszeit. Mit zunehmender Meereshöhe nimmt der Luftdruck ab.

Der ***Normalluftdruck auf Meereshöhe*** beträgt

$\boldsymbol{p_{atm}}$ **=1,013 *bar*** = 1,013 x10^5 *Pa* =1013 *hPa* = 1013 *mbar*

Beachte! 1 hPa = 1mbar

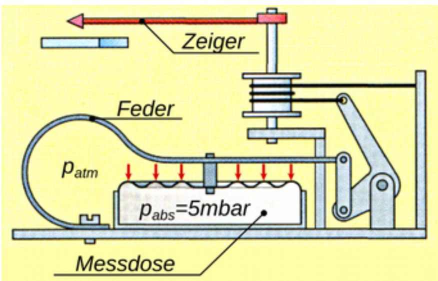


Fig. 3.17: Funktionsschema

Der Luftdruck wird mit ***Barometern*** gemessen. Klassische Barometer sind die Flüssigkeitsbarometer mit Wasser oder Quecksilber (siehe 3.3.3). Eine neuere Form ist das Dosenbarometer Fig. 3.16. Es enthält eine fast vollständig leergepumpte Blechdose, welche mit einer bogenförmigen Feder verbunden ist. Fig. 3.17. Die Bewegungen des Dosendeckels, welcher durch den Luftdruck mehr oder weniger nach unten gedrückt wird, werden auf den Zeiger übertragen. Moderne Barometer sind meist digital.

Der ***absolute Druck*** $\boldsymbol{p_{abs}}$ bezieht sich auf das vollständige Vakuum, bei welchem der absolute Druck Null ist. Der absolute Druck kann also nur positive Werte annehmen. Der Luftdruck wird immer als absoluter Druck angegeben.
Der ***Relativdruck*** $\boldsymbol{p_{ü}}$ bezieht sich auf den Luftdruck. Er wird häufig verwendet um um den Druck von Fluiden in Behältern anzugeben (z.B. Reifendruck). $\boldsymbol{p_r = p_{abs} - p_{atm}}$

16 ***Blaise Pascal*** 1623-1662 war ein französischer Wissenschaftler. Er befasste sich hauptsächlich mit Philosophie, Physik und Mathematik. Er verwendete ein vom italienischen Wissenschaftler Torricelli erfundenes Gerät, um den Luftdruck in verschiedenen Höhen zu messen und stellte fest, dass dieser mit zunehmender Höhe sinkt. Siehe Fig. 3.33

3.2.2.1 Manometer

Manometer ist der allgemeine Begriff mit welchem Druckmessgeräte bezeichnet werden. Meistens wird der Relativdruck (Über- bzw. Unterdruck) bezogen auf den Luftdruck gemessen. (siehe Fig. 3.18)

Fig. 3.18: Manometer für den Relativdruck von-200 bis +800 hPa

Wenn der Relativdruck positiv ist wird er meist als Überdruck $p_{ü}$ bezeichnet und häufig in bar angegeben. In der Tabelle 3.1, sind einige Werte für den Überdruck angegeben.

Valoroj de superpremo	
Traglufthalle	3 mbar
Gasleitung im Haus in den Straßen	 20 mbar 800 mbar
Reifen von Motorrad Fahrrad Auto Lastwagen	 1,5 – 2,0 bar ~ 2 bar 1,6 – 2,2 bar 3,5 – 5,0 bar
Butandose	~ 7 bar
Sray-Dose	max. 10 bar
Sauerstoffflasche	150 bar
Pressluftflasche	200 bar

Tab. 3.1

Beispiel 3.2

Wie groß ist die Kraft, welche nötig ist, um in einem Kolbenprober einen Relativdruck von -0,5 bar zu erzeugen, wenn der Kolben einen Durchmesser von 2,5 cm hat? (siehe Fig. 3.19)

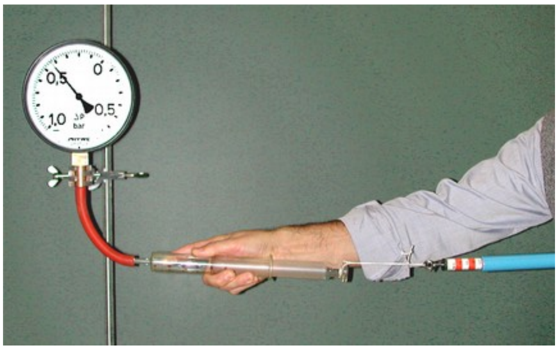


Fig. 3.19

Lösung

$$p = -0{,}5\,bar = -5\frac{N}{cm^2}$$

$$d = 2{,}5\,cm^2 \quad \rightarrow \quad A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = 4{,}91\,cm^2$$

$$p = \frac{F}{A} \rightarrow F = p \cdot A = -5\frac{N}{cm^2} \cdot 4{,}91\,cm^2 = 24{,}5\,N$$

Antwort: Der Kolben muss mit einer Kraft von 24,5 N herausgezogen werden.

Versuch 3.3

Wenn der Kolbenprober von Fig. 3.19 vollständig geöffnet und nicht mit dem Manometer verbunden ist, dann braucht man nur die Reibungskraft zu überwinden, um den Kolben zu bewegen. Diese beträgt $F_R = 0{,}85$ N.

Wenn der Kolbenprober an das Manometer angeschlossen ist, dann braucht man, um den Kolben vollständig aus dem anfänglich leeren Glaszylinder zu ziehen eine Kraft von $F_T = 51$ N.

Wie groß ist der Luftdruck der bei diesem Versuch gerade herrscht?

Lösung

Die gesamte Kraft ergibt sich aus der Kraft welche der Luftdruck erzeugt und der Reibungskraft.

$$F_T = F_L + F_F \rightarrow F_L = F_T - F_F = 51\,N - 0{,}85\,N = 50{,}15\,N \rightarrow$$

$$p = \frac{F_L}{A} = \frac{50{,}15\,N}{4{,}91\,cm^2} = 10{,}2\frac{N}{cm^2} = 1{,}02\,bar$$

Antwort: Der Luftdruck beträgt ungefähr 1 *bar*, was zu erwarten war.

3.2.3 Hydraulische Systeme

Hydraulische Systeme sind Vorrichtungen, in welchen die Kraft durch den Druck in Flüssigkeiten übertragen und wird. Ein Beispiel ist die hydraulische Presse. Fig. 3.20.

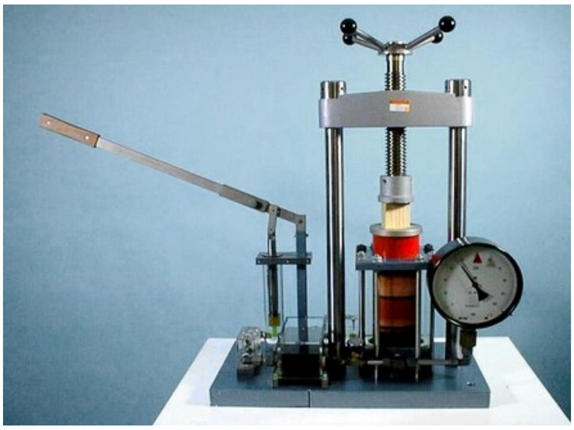


Fig. 3.20: Hydraulische Presse

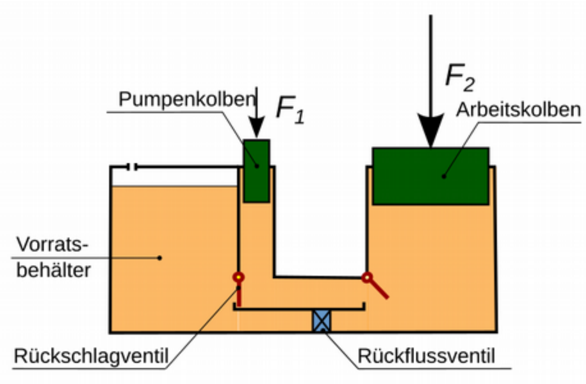


Fig. 3.21: Schema der hydraulischen Presse

Beispiel 3.4

Der Pumpenkolben der Presse in Fig. 3.20 hat einen Durchmesser von 12 mm. Der Durchmesser des Arbeitskolbens ist gleich 90 mm. Am Arbeitskolben soll eine Kraft von F_2 = 280 N erzeugt werden.
a) Wie groß muss der Druck im Inneren des Geräts sein?
b) Wie groß muss die Kraft sein welche auf den Pumpenkolben wirkt?
c) Um wie viel bewegt sich der Arbeitskolben nach oben, wenn der Pumpenkolben 40 mm nach unten gedrückt wird?

Lösung

$$d_1 = 1{,}2\,cm^2 \rightarrow A_1 = \frac{\pi \cdot d_1^2}{4} = 1{,}13\,cm^2 \qquad d_2 = 8{,}0\,cm^2 \rightarrow A_2 = \frac{\pi \cdot d_2^2}{4} = 50{,}3\,cm^2$$

a) $$p = \frac{F_2}{A_2} = \frac{280\,N}{50{,}3\,cm^2} = 5{,}57\frac{N}{cm^2} = 557\,hPa = 0{,}56\,bar$$

b) $$F_1 = p \cdot A_1 = 5{,}57\frac{N}{cm^2} \cdot 1{,}13\,cm^2 = 6{,}3\,N$$

c) Da Hydrauliköl, so wie alle anderen Flüssigkeiten, praktisch inkompressibel ist, ist das Volumen welches durch den Pumpenkolben verschoben wird gleich dem Volumen welches den Arbeitskolben verschiebt.

$$V_1 = V_2 \rightarrow A_1 \cdot s_1 = A_2 \cdot s_2 \rightarrow s_2 = \frac{A_1 \cdot s_1}{A_2} = \frac{1{,}13\,cm^2 \cdot 40\,mm}{50{,}3\,cm^2} = 0{,}90\,mm$$

Antwort: a) Der erforderliche Druck beträgt 0,56 bar.
b) Die Kraft welche auf den Pumpenkolben wirken muss beträgt 6,3 N.
c) Der Arbeitskolben bewegt sich um 0,9 mm.

Man sieht, dass mit Hilfe der hydraulischen Presse die aufzuwendende Kraft verringert wird, die Strecke entlang welcher die Kraft wirken muss ist jedoch entsprechend größer. Das hat zur Folge, dass die verrichtete Arbeit (im reibungsfreien Fall) gleich bleibt.([17])

17 Für die Arbeit am Pumpenkolben ergibt sich $W_1 = F_1 \cdot s_1 = 6{,}3\,N \cdot 4\,cm = 25\,Ncm$ und für die Arbeit am Arbeitskolben $W_2 = F_2 \cdot s_2 = 280\,N \cdot 0{,}09\,cm = 25\,Ncm$

3.3 Schweredruck

Das digitale Barometer Fig. 3.22/ 3.23 misst den absoluten Druck.

In Fig. 3.22 ist die Messsonde außerhalb des Wassers und das Barometer zeigt den herrschenden Luftdruck von 982 *mbar* an. Wenn man die Sonde ins Wasser taucht, erhöht sich der Wert des angezeigten Drucks.

In Fig. 3.23 ist die Sonde 15 *cm* tief in Wasser eingetaucht. In dieser Tiefe beträgt der absolute Druck 997 *mbar*.

Daraus folgt für den Überdruck in 15 *cm* Tiefe:

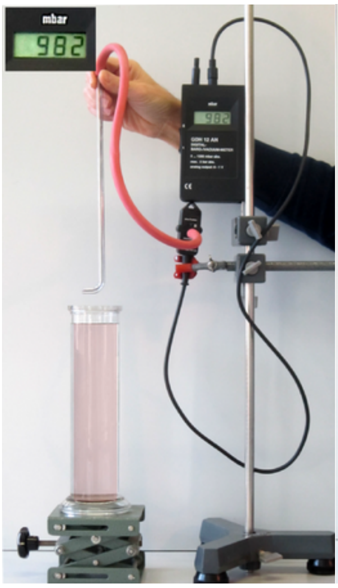


Fig. 3.22

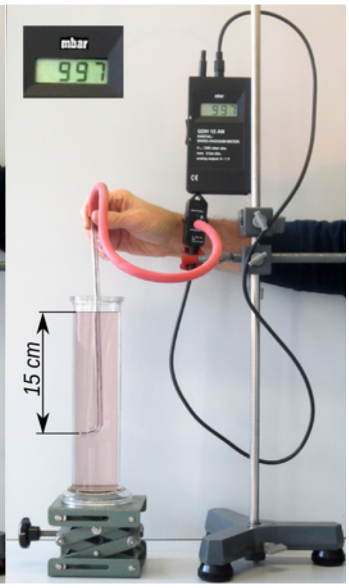


Fig. 3.23

$$p_{\ddot{u}} = p_{abs} - p_{atm} = 997\,mbar - 982\,mbar = 15\,mbar$$

Den durch die Schwerkraft erzeugten Überdruck in Flüssigkeiten nennt man ***hydrostatischer Druck*** oder ***Schweredruck***.

3.3.1 Berechnung des Schweredrucks

Der ***hydrostatische Druck*** oder ***Schweredruck*** wird durch die Gewichtskraft erzeugt, welche auf die Flüssigkeit wirkt, welche sich über jeder Fläche im Inneren der Flüssigkeit befindet.

So wirkt zum Beispiel in Fig. 3.24 auf die Fläche A, in der Tiefe h, die Gewichtskraft F des Flüssigkeitszylinder über der Fläche.

$$F = m \cdot g = V \cdot \rho \cdot g = A \cdot h \cdot \rho \cdot g$$

Für den Schweredruck erhält man folglich: $\boldsymbol{p = \frac{F}{A} = h \cdot \rho \cdot g}$

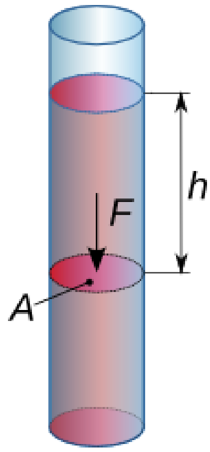


Fig. 3.24

Für Wasser ergibt sich in einer Tiefe von 15 *cm* der Schweredruck:

$$p = h \cdot \rho \cdot g = 0{,}15\,m \cdot 1000\,\frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}81\,\frac{N}{kg} = 1470\,Pa = 14{,}7\,hPa = 14{,}7\,mbar$$

Das war auch das Ergebnis der Messung in Fig. 3.23

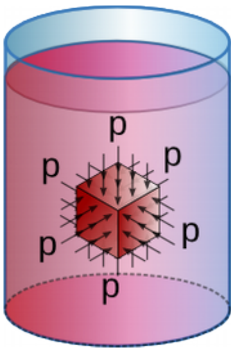


Fig. 3.25

In einer ***Tiefe von 10 m*** erhält man für Wasser:

$$p = h \cdot \rho \cdot g = 10\,m \cdot 1000\,\frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}81\,\frac{N}{kg} = 98100\,Pa = 0{,}98\,bar$$

Für ***Wasser*** gilt also, dass der hydrostatische Druck ***je 10 m Tiefe*** um etwa ***1 bar*** zunimmt.

Auch für den Schweredruck gilt, dass er nach allen Richtungen gleichermaßen wirkt: nach oben, nach unten und seitwärts. Fig. 3.25

3.3.2 Hydrostatisches Paradoxon

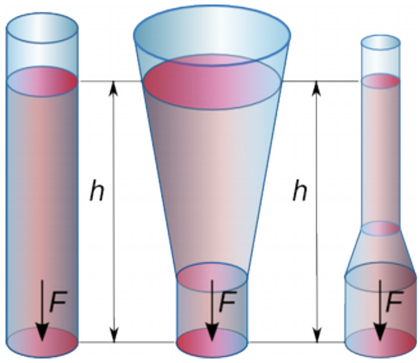


Fig. 3.26

Die Formel $p = h \cdot \rho \cdot g$ zeigt, dass der Schweredruck nur von der Dichte der Flüssigkeit und von der Eintauchtiefe h abhängt und unabhängig von der Form des Gefäßes ist. Deshalb ist die Kraft, welche auf den Boden der drei Gefäße von Fig. 3.26 wirkt gleich groß, vorausgesetzt, dass der Boden die selbe Fläche hat, und die Füllhöhe in den drei Gefäßen die selbe ist.

Diese auf den ersten Blick widersinnige Tatsache nennt man ***hydrostatisches Paradoxon.***

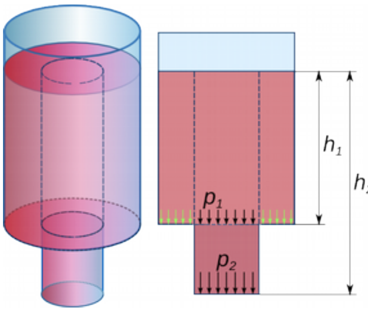


Fig. 3.27

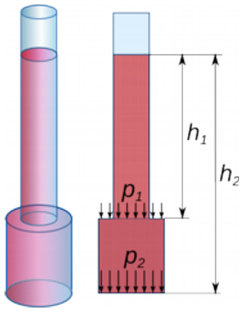


Fig. 3.28

Sie lässt sich erklären, wenn man die Situation in den beiden Gefäße in Fig. 3.27 und Fig. 3.28 genauer betrachtet.

In Fig. 3.27 wirkt die Gewichtskraft der Flüssigkeit außerhalb der Säule die sich oberhalb der Grundfläche befindet direkt auf die Gefäßwand (gelbe Pfeile) und beeinflusst somit die Kraft welche auf den Gefäßboden wirkt nicht.

In Fig. 3.28, wirkt der Druck p_1 in der Tiefe h_1 auf die gesamte Fläche des Gefäßbodens und der Druck auf dem Gefäßboden in der Tiefe h_2 wird somit:

$$p_2 = \rho \cdot g \cdot h_1 + \rho \cdot g \cdot (h_2 - h_1) = \rho \cdot g \cdot h_2$$

Für die praktische Überprüfung des hydrostatischen Paradoxons eignet sich besonders das Gerät von Fig. 3.30, welches von Blaise Pascal erfunden wurde. Das Bild Fig. 3.29 zeigt die Funktion des Geräts.


Fig. 3.30

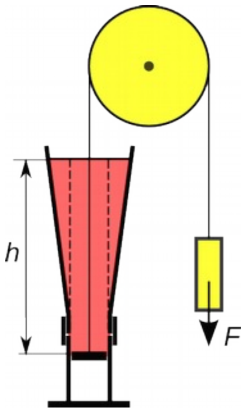


Fig. 3.29

3.3.3 U-Rohr Manometer

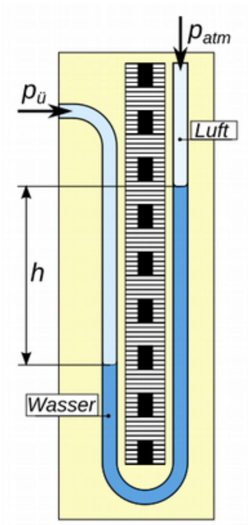


Fig. 3.31:Offenes U-Rohr Manometer

U-Rohr Manometer bestehen aus einem U-förmigen Glasrohr, welches mit einer Flüssigkeit, meist Wasser oder Quecksilber, gefüllt ist.

Das Rohr kann ***geschlossen*** oder ***offen*** sein. Wenn es offen ist, dann misst das Manometer den ***Überdruck***, geschlossene Manometer messen den ***absoluten Druck***. Mit Hilfe der Formel für den Schweredruck kann man das Manometer mit einer geeigneten Skala versehen.

Wassergefüllte Manometer sind üblicherweise offen. Die Höhe der Wassersäule welche einem ***Überdruck*** von 1 mbar entspricht ist:

$$h = \frac{p}{\rho \cdot g} = \frac{100\,N/m^2}{1000\,kg/m^3 \cdot 9{,}81\,N/kg} = 0{,}0102\,m = 10{,}2\,mm$$

Mit Quecksilber gefüllte Manometer (oder Barometer) sind geschlossen. Sie messen den ***absoluten Druck***. Die Höhe der Säule welche einem Druck von 1 mbar entspricht ist:

$$h=\frac{p}{\rho\cdot g}=\frac{100\,N/m^2}{13550\,kg/m^3\cdot 9{,}81\,N/kg}=0{,}000752\,m=0{,}752\,mm$$

Die Höhe der Säule welche dem mittleren Luftdruck auf Meereshöhe entspricht ist:

$$h_0=1013\,mbar\cdot 0{,}752\frac{mm}{mbar}=762\,mm$$

Früher wurde der der Luftdruck meist in Millimetern Quecksilber (mmHg) angegeben. Diese Maßeinheit wird weiterhin für die Messung des Blutdrucks verwendet.

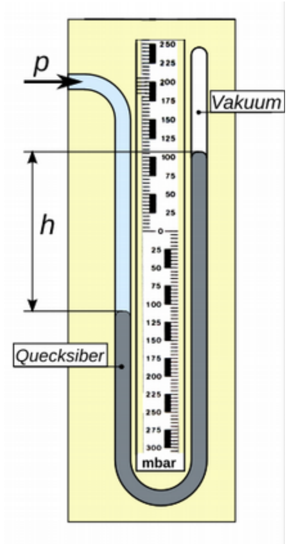


Fig. 3.32: geschlossenes U-Rohr Manometer

3.3.4 Luftdruck oder atmosphärischer Druck

Der ***atmosphärische Druck*** oder ***Luftdruck*** an einem bestimmten Ort ist der Schweredruck der durch die Gewichtskraft erzeugt wird, welche auf die Luftmasse über dem Ort wirkt.

Die Erdoberfläche ist der Boden eines "Luftmeers". Deshalb nimmt der Luftdruck mit zunehmender Höhe ab. Das wurde zum ersten Mal durch den französischen Wissenschaftler Blaise Pascal bewiesen ([18]).

Auf Meereshöhe beträgt der mittlere Luftdruck $p_{atm}=1{,}013\,bar=1013\,hPa$

Die Abnahme des Luftdruck mit der Meereshöhe erfolgt nicht linear sondern ungefähr exponential.

Je 5,5 km Höhenzunahme halbiert sich der Luftdruck.

So hat man in einer Höhe von $33\,km = 6\cdot 5{,}5\,km$ einen Druck

$$p_{33}=\frac{1013\,hPa}{2^6}=\frac{1013\,hPa}{64}=16\,hPa$$

Im Diagramm von Fig. 3.33 ist der Verlauf des mittleren Luftdrucks in Abhängigkeit von der Meereshöhe dargestellt. Innerhalb der Troposphäre ändern sich die Werte auch je nach Wetterbedingungen.

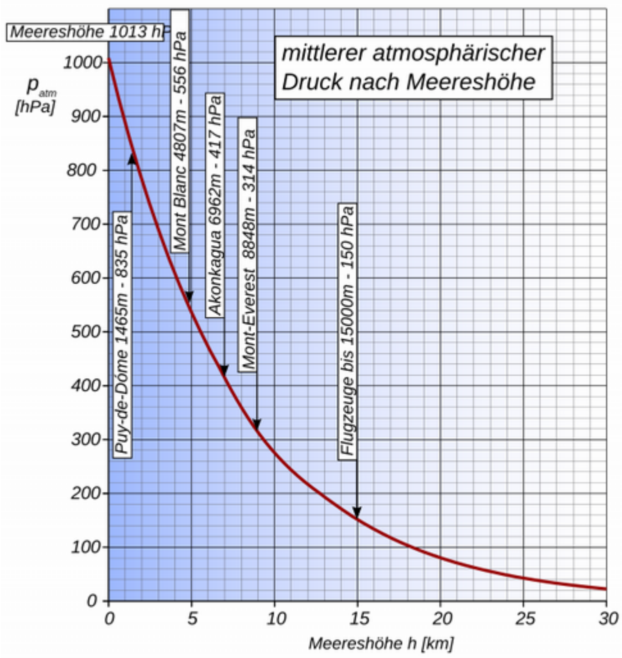


Fig. 3.33: Mittlerer Luftdruck nach Meereshöhe

18 Pascal bestieg den Berg Puy-de-Dǒme, welcher seine Heimatstadt um 1000 m überragt, ud nahm dabei ein Quecksilberbarometer mit. Er beobachtet dass die Quecksilbersäule insgesamt um Δh = 82 mm sank. Das entspricht einer Abnahme des Luftdrucks um $\Delta p=\frac{\Delta h}{0{,}752\,mm/hPa}=\frac{82\,mm}{0{,}752\,mm/hPa}=109\,hPa$

3.3.5 Auftrieb

Im Versuch von Fig. 3.34/3.35, misst der Federkraftmesser die Kraft welche nötig ist um den Alukörper zu halten. Sie beträgt 0,79 N wenn der Körper außerhalb des Wassers ist (3.34), und verringert sich auf 0,50 N für den eingetauchten Körper (Fig. 3.35).

Daraus fogt, dass im Wasser eine Kraft wirkt, welche den Körper nach oben schiebt. Diese Kraft wirkt auch in jeder anderen Flüssigkeit, man nennt sie ***Auftriebskraf*** $\boldsymbol{F_A}$.

Die Ursache der Auftriebskraft ist leicht zu verstehen, wenn man den Schwerdruck betrachtet, der auf den Körper wirkt.

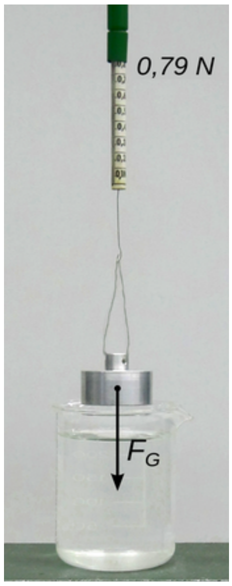


Fig. 3.34

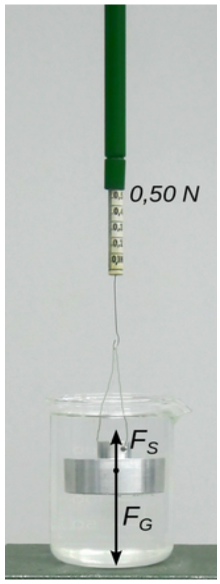


Fig. 3.35

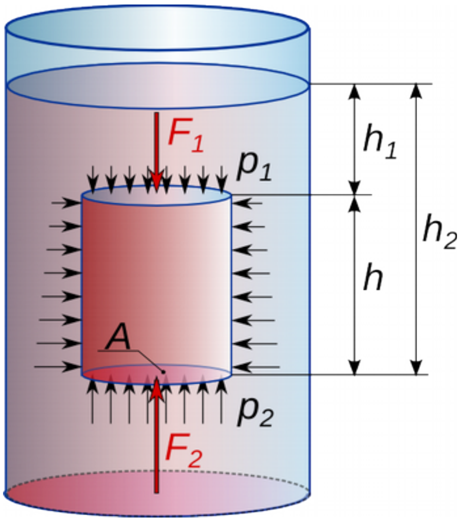


Fig. 3.36

Mit Bezug auf die Skizze Fig. 3.36, gilt für den Schweredruck auf der Deckfläche des eingetauchten Körpers

$$p_1 = \rho \cdot g \cdot h_1$$

wobei ρ die Dichte der Flüssigkeit ist.

Die Kraft, die den Körper nach unten drückt ist

$$F_1 = p_1 \cdot A = \rho \cdot g \cdot h_1 \cdot A$$

Der Druck auf der Bodenfäche ist

$$p_2 = \rho \cdot g \cdot h_2$$

und für die Kraft die nach oben wirkt erhält man

$$F_2 = p_2 \cdot A = \rho \cdot g \cdot h_2 \cdot A$$

Die resultierende Auftriebskraft wird somit

$$F_S = F_2 - F_1 = \rho \cdot g \cdot A \cdot (h_2 - h_1) = \rho \cdot g \cdot A \cdot h = \rho \cdot g \cdot V$$

V ist das Volumen des eingetauchten Körpers, welches gleich dem Volumen der verdrängten Flüssigkeit ist. Man erhält schließlich das so genannte ***Prinzip von Archimedes***([19])

$$F_S = \rho \cdot g \cdot V = m \cdot g = F_G$$

Die ***Auftriebskraft*** welche auf einen eingetauchten Körper wirkt, ist gleich der Gewichtskraft der verdrängten Flüssigkeit.


Fig. 3.37: Archimedes beim Experimentieren

19 ***Archimedes*** (287-212 v.C.) war ein herausragender griechischer Mathematiker und Ingenieur. Der Legende nach hat er das Prinzip beim Baden entdeckt. Vor begeisterung rannteer dan fast nakt durch die Straßen von Syrakus und schrie "*Eŭreka*!" (ich hab's).

Versuch 3.3

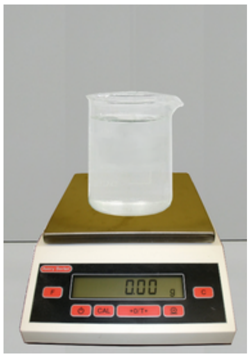


Fig. 3.38

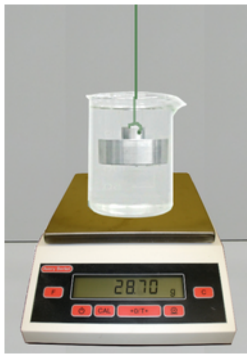


Fig. 3.39

Das Prinzip von Archimedes ist gut geeignet um das Volumen eines Körpers zu bestimmen indem man ihn in einem wassergefüllten Becher taucht, der auf einer Waage steht.
Man stellt den Becher auf die Waage und drückt auf Tara. Die Waage zeigt Null an (siehe Fig. 3.38). Dann taucht man den Körper ein und die Waage zeigt die Masse des verdrängten Wassers an in Gramm an. (siehe Fig. 3.39).

Nachdem Wasser eine Dichte von1,00 g/cm³ hat, ist seine Masse in Gramm gleich groß wie das Volumen in cm³. Die Waage zeigt also das Volumen des verdrängten Wassers und somit auch das Volumen des eingetauchten Körpers an.

Beispiel 3.5

Wie groß ist die Dichte des Materials des eingetauchten Körpers im Versuch von Fig. 3.34 und Fig. 3.35 Auf Seite 36?

Lösung

$F_G = 0{,}79\,N$ → Masse des Körpers $m = \frac{F_G}{g} = \frac{0{,}79\,N}{9{,}81\,N/kg} = 0{,}081\,kg = 81\,g$

$F_G - F_S = 0{,}50\,N$ → Auftriebskraft die auf den Körper wirkt $F_A = F_G - 0{,}50\,N = 0{,}29\,N$

Der körper ist in Wasser eingetaucht, also beträgt die Dichte $\rho_F = 1{,}0\,g/cm^3$

Wegen des archimedischen Prinzips $F_A = \rho_F \cdot V \cdot g$ →

$$V = \frac{F_A}{\rho_F \cdot g} = \frac{0{,}29\,N}{1{,}0\,kg/dm^3 \cdot 9{,}81\,N/kg} = 0{,}030\,dm^3 = 30\,cm^3$$

Für die Dichte des Materials des Körpers erhält man

$$\rho_K = \frac{m}{V} = \frac{81\,g}{30\,cm^3} = 2{,}7\,g/cm^3$$

Dieser Wert war für Aluminium zu erwarten

3.3.5.1 Aufgabe

Im Messbecher von Fig. 3.40 befindet sich eine wässrige Zuckerlösung. Wenn der Stein sich außerhalb der Flüssigkeit befindet, dann zeigt der Kraftmesser $F_1 = 0{,}33\,N$ an wenn er eingetaucht ist, berägt der Wert $F_2 = 0{,}19\,N$.
Am Messbecher kann man ablesen, dass das Volumen des Steins 13 cm³ beträgt.
Berechne die Dichten des Steins und der Zuckerlösung!

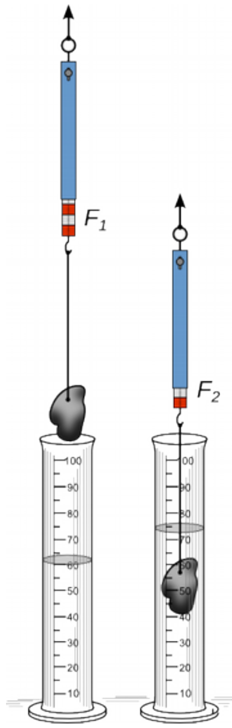


Fig. 3.40

3.3.6 Schwimmen

Wenn die Dichte der Flüssigkeit größer ist als die mittlere Dichte des eingetauchten Körpers, dann ist die Auftriebskraft größer als die Gewichtskraft.

Folglich bewegt sich der Körper nach oben, bis ein Teil davon aus der Flüssigkeit ragt, der Körper schwimmt.

Die Schwimmposition ist eine Gleichgewichtsposition, bei der die Auftriebskraft gleicht groß ist wie die Gewichtskraft.

$F_A = F_{GK}$ → Wegen des Prinzips von Archimedes

$m_F \cdot g = m_K \cdot g$ → $\boldsymbol{m_F = m_K}$

Die Masse der verdrängten Flüssigkeit ist gleich der Masse des schwimmenden Körpers.

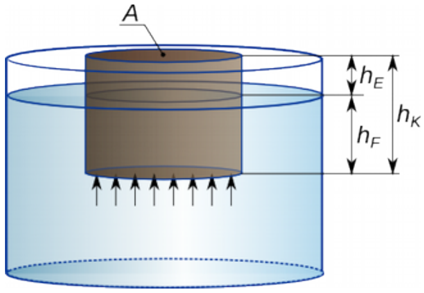


Fig. 3.41

Aus dieser Gleichgewichtsbedingung erhält man:

$m_F = m_K$ → $V_F \cdot \rho_F = V_K \cdot \rho_K$

Wenn der schwimmende Körper prismaförmig ist (Fig. 3.41), folgt daraus:

$A \cdot h_F \cdot \rho_F = A \cdot h_K \cdot \rho_K$ → $h_F = h_K \cdot \frac{\rho_K}{\rho_F}$

Der Teil des Körpers der aus der Flüssigkeit ragt ist $h_E = h_K - h_F = h_K \cdot (1 - \frac{\rho_K}{\rho_F})$

3.3.7 Beispiel

Beispiel 3.6 Floß

Ein hölzernes Floß besteht aus 8 Stämmen mit einem Volumen von je 0,15 m³ . Die Dichte des Holzes beträgt 600 kg/m³.
Wie groß ist die Masse der Last auf dem Floß, wenn die Stämme vollständig eingetaucht sind?

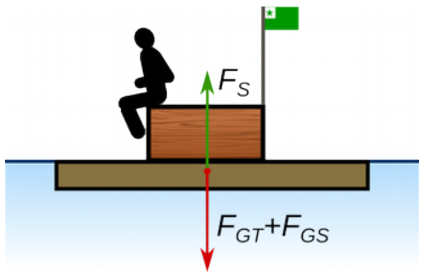


Fig. 3.42

Lösung

Volumen des eingetauchten Körpers $V = 8 \cdot 0{,}15\, m^3 = 1{,}2\, m^3$

Dichte des Holzes $\rho_S = 600\ kg/m^3$ →

Masse der Stämme $m_S = V \cdot \rho_S = 1{,}2\ m^3 \cdot 600\ kg/m^3 = 720\ kg$

Dichte der Flüssigkeit (Wasser) $\rho_F = 1000\ kg/m^3$ →

Masse der verdrängten Flüssigkeit $m_F = V \cdot \rho_F = 1{,}2\ m^3 \cdot 1000\ kg/m^3 = 1200\ kg$

In der Gleichgewichtssituation ist die Auftriebskraft gleich der Summe der Gewichtskräfte der Stämme und der Last.

$F_A = F_{GS} + F_{GL}$ → $m_F \cdot g = m_S \cdot g + m_L \cdot g$ →

$m_L = m_F + m_S = 1200\ kg - 720\ kg = 480\ kg$

Antwort: Die Last beträgt 480 kg.

Beispiel 3.7 Wetterballon ([20])

Die Hülle des Wetterballons (Fig. 3.43) hat eine Masse von 0,45 kg. Er wird auf dem Boden mit Helium (Dichte 0,18 kg/m³) gefüllt. Die Masse der zu befördernden Messgeräte beträgt 2,9 kg.
Wie groß muss der Durchmesser des Ballons mindestens sein, damit er steigt?

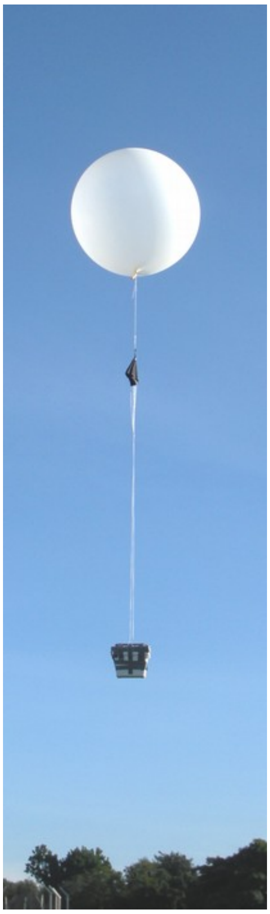


Fig. 3.43

Lösung

Masse der Hülle	$m_H = 0{,}45\ kg$
Masse der Messgeräte	$m_M = 2{,}90\ kg$
Dichte der Luft	$\rho_A = 1{,}29\ kg/m^3$
Dichte von Helium	$\rho_{He} = 0{,}18\ kg/m^3$

Gleichgewichtssituation $F_S = F_{GH} + F_{GM} + F_{GHe}$ →

$m_A = m_H + m_M + m_{He}$ $m_A = V \cdot \rho_A$ $m_{He} = V \cdot \rho_{He}$ →

$$V \cdot \rho_A - V \cdot \rho_{He} = m_H + m_M$$

$$V = \frac{m_H + m_M}{\rho_A - \rho_{He}} = \frac{0{,}45\,kg + 2{,}9\,kg}{1{,}29\,kg/m^3 - 0{,}18\,kg/m^3} = 3{,}02\,m^3$$

$$V = \frac{d^3 \cdot \pi}{6} \quad \rightarrow \quad \sqrt[3]{\frac{6 \cdot V}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot 3{,}02\,m^3}{\pi}} = 1{,}8\,m$$

Antwort: Der Ballon muss bis zu einem Durchmesser von 1,8 m gefüllt werden.

3.3.8 Aufgaben

1. Ein Eiswürfel, dessen Seiten 1,8 cm lang sind schwimmt in Wasser. Um wie viel ragt r aus dem Wasser? (Dichte von Eis 916 kg/m³)

Ein Wetterballon dessen Hülle eine Masse von 0,32 kg hat, hat einen Durchmesser von 1,5 m und ist mit Wasserstoff gefüllt.
Wie groß darf die Masse der Messgeräte maximal sein , damit der Ballon gerade noch steigt?(Dichte von Wasserstoff 0,09 kg/m³, Dichte der Luft 1,29 kg/m³)

3.3.9 Antwort auf die Aufgaben von Kapitel 3

Aufgaben von Paragraph 3.3.5

Das Material des Steins hat eine Dichte von 2,6 g/cm³, die der Zuckerlösung beträgt 1,1 g/cm³

Aufgaben von Paragraph 3.3.8

1. Der Würfel ragt 1,4 mm aus dem Wasser
2. Die Masse der Messgeräte darf maximal 1,8 kg betragen.

20 Wetterballone bringen Messgeräte bis in eine Höhe von 30 km. Während des Steigens nimmt der Luftdruck ab (siehe Fig. 3.33) und der Ballon vergrößert sich. Da aber die Dichte der Luft kleiner wird, bleibt die Auftriebskraft ungefähr gleich. Der Ballon steigt, bis er platzt und die Messgeräte sinken an einem Fallschirm zu Boden.

4 Druck - Volumen – Temperatur

4.1 Druck und Volumen bei Gasen

Gase sind ***kompressibel***. Das Volumen der Gasmenge im Zylinder von Fig. 4.1 verkleinert sich, wenn sich die Kraft auf den Kolben und somit der Druck im Zylinder vergrößert.

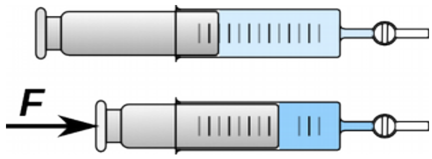


Fig. 4.1

Versuch 4.1 - Zusammenhang zwischen Druck und Volumen eines Gases

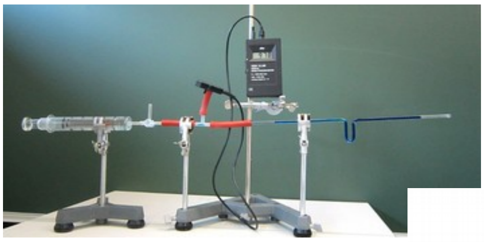


Fig. 4.2

Wenn man auf den Zylinder C von Fig. 4.3 drückt, oder wenn man an ihm zieht, ändert sich der Druck im Zylinder und im damit verbundenen Glasröhrchen. Folglich ändert sich auch das Volumen *V* der Luft, welche im letzten Teil des Röhrchens eingeschlossen ist.

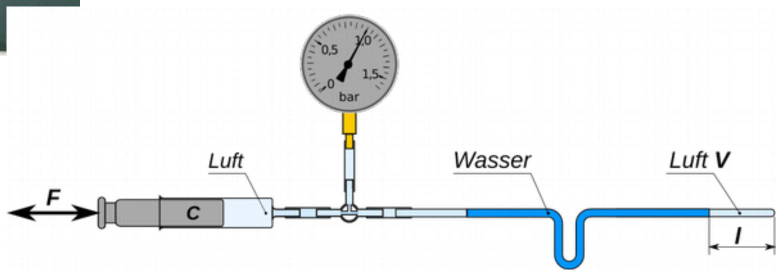


Fig. 4.3

Dieses Volumen kann anhand der Länge *l* bestimmt werden, weil die Querschnittsfläche des Röhrchens bekannt ist.

In der folgenden Tabelle Tab. 4.1 ist das gemessene Volumen für einige Druckwerte angegeben.

p [hPa]	V [cm³]	p·V [Ncm]
400	3,80	15,2
500	3,05	15,3
600	2,52	15,1
800	1,92	15,4
980	1,54	15,1
1200	1,26	15,1
1400	1,10	15,4
1600	0,96	15,4
1800	0,85	15,3

Tab. 4.1

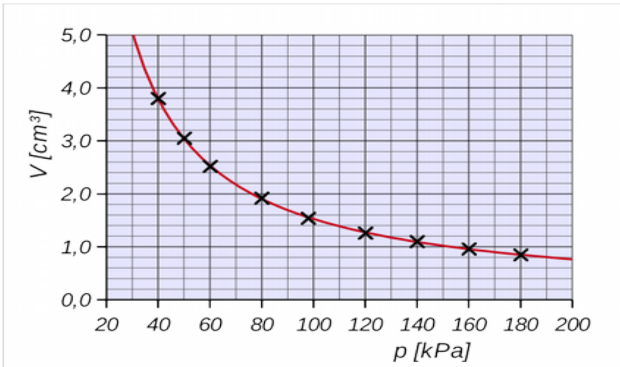


Fig. 4.4

Aus Tab. 4.1 ist ersichtlich, dass für alle Wertepaare er Messung das Produkt aus Druck und Volumen gleich groß ist. Für eine bestimmte Gasmenge. Deren T***emperatur konstant ist***, gilt also:

$$p \cdot V = konstant$$

Dieses Gesetz nennt man Gesetz von ***Boyle*** und ***Mariotte*** *([21]) ([22])*

Das Diagramm von Fig. 4.4 zeigt, dass der Zusammenhang zwischen Druck und Volumen einer bestimmten Gasmenge bei konstanter Temperatur im p-V Diagramm durch eine Hyperbel dargestellt werden kann.

21 ***Robert Boyle*** (1627-1691) war ein irischer Chemiker und Experimentalphysiker.

22 ***Edme Mariotte*** (1620-1684) war einer der Begründer der französischen Experimentalphysik.

4.1.1 Druck und Dichte der Gase

Wenn ein eingeschlossenes Gas zusammengepresst oder gedehnt wird (siehe Fig. 4.5), gilt wegen des Gesetzes von Boyle und Mariotte :

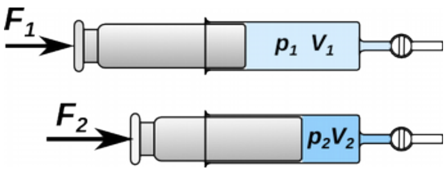


Fig. 4.5

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 \quad \rightarrow \quad \frac{p_1}{p_2} = \frac{V_2}{V_1}$$

Die Masse bleibt gleich $m = \rho_1 \cdot V_1 = \rho_2 \cdot V_2$

und folglich: $\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{V_2}{V_1}$ sowie: $\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{p_1}{p_2}$

Die ***Dichte*** verhält sich also wie der ***Druck***.

4.1.2 Beispiel

Beispiel 4.1

In einer Stahlflasche mit einem Volumen von 2,0 Litern befindet sich Wasserstoff. Der Überdruck beträgt 40 bar.
Wie viele kugelförmige Ballons mit einem Durchmesser von 28 cm können aufgeblasen werden, wenn in den Ballons ein Überdruck von 32 hPa herrscht.

Lösung

Es muss darauf geachtet werden, dass beim Gesetz von Boyle und Mariotte, so wie bei allen Gasgesetzen in den Berechnungen stets der ***absolute*** Druck eingesetzt werden muss. Wenn der Luftdruck nicht ausdrücklich angegeben ist, dann rechnet man mit dem mittleren Wert von 1013 hPa.

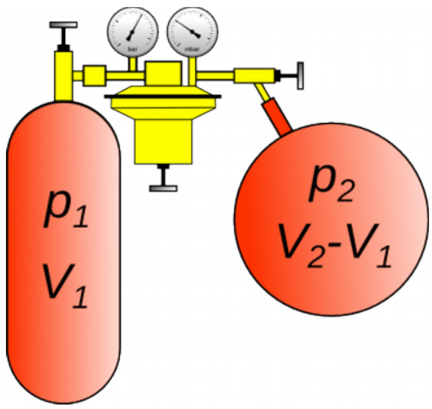


Fig. 4.6

$$p_1 = 40\,bar + 1\,bar = 41\,bar = 41000\,hPa$$

$$p_2 = 32\,hPa + 1013\,hPa = 1045\,hPa$$

$$V_1 = 2{,}0\,dm^3 \qquad V_2 = V_{bal} + V_1$$

Auch wenn der Druck abnimmt bleibt noch Gas in der Flasche. Deshalb kann nicht das gesamte Gas in die Ballons geblasen werden.

Es git das Gesetz von Boyle und Mariotte:

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 \quad \rightarrow \quad V_2 = \frac{p_1 \cdot V_1}{p_2} = \frac{41000\,hPa \cdot 2{,}0\,dm^3}{1045\,hPa} = 78{,}5\,dm^3$$

Volumen das in die Ballons geblasen wird: $V_{bal} = V_2 - V_1 = 78{,}5\,dm^3 - 2{,}0\,dm^3 = 76{,}5\,dm^3$

Das Volumen eines Ballons ist: $V_0 = d^3 \cdot \pi / 6 = (2{,}8\,dm)^3 \cdot \pi / 6 = 11{,}5\,dm^3$

Man erhält also: $z = \frac{V_{bal}}{V_0} = \frac{76{,}5\,dm^3}{11{,}5\,dm^3} = 6{,}7$

Antwort: Es können 6 Ballons vollständig gefüllt werden.

Beispiel 4.2

Auf dem Boden eines 50 m tiefen Sees entweicht eine Luftblase mit 12 mm Durchmesser. Wie groß ist der Durchmesser der Blase unmittelbar bevor sie aus dem Wasser austritt?

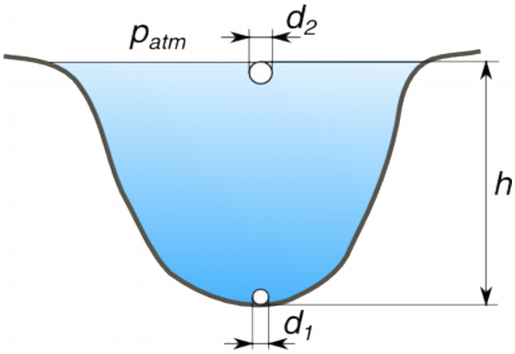


Fig. 4.7

Lösung

hydrostatischer Druck am Boden

$p_h = \rho \cdot g \cdot h = 1000\,kg/m^3 \cdot 9{,}81\,N/kg \cdot 50\,m$

$p_h = 490500\,Pa = 4905\,hPa$

absoluter Druck am Boden $\quad p_1 = p_{atm} + p_h = 1013\,hPa + 4905\,hPa = 5918\,hPa$

absoluter Druck an der Oberfläche $\quad p_2 = p_{atm} = 1013\,hPa$

Volumen der Blase am Boden $\quad V_1 = d_1{}^3 \cdot \pi/6 = (12\,mm)^3 \cdot \pi/6 = 905\,mm^3$

aus dem Gesetz von Boyle und Mariotte $\quad V_2 = \dfrac{p_1 \cdot V_1}{p_2} = \dfrac{5918\,hPa \cdot 905\,mm^3}{1013\,mm^3} = 5287\,mm^3$

Durchmesser der Blase an der Oberfläche $\quad d_2 = \sqrt[3]{\dfrac{6 \cdot V_2}{\pi}} = \sqrt[3]{\dfrac{6 \cdot 5287\,mm^3}{\pi}} = 21{,}6\,mm$

Antwort: Der Durchmesser der Blase beim Entweichen beträgt 21,6 mm

Beispiel 4.3

Eine PET-Flasche mit einem Volumen von 1,5 Litern, welche nur Luft enthält, wird auf dem Mont Blanc (Höhe 4807 m) verschlossen.

a) Wie groß ist die Masse der Luft in der Flasche?

b) Wie groß wird das Volumen der Luft in der Flasche wenn sie nach Chamonix (Höhe 1270 m)? Die Temperatur bleibt gleich und beträgt 0°C.

Fig. 4.8

Lösung

Aus dem Diagramm Fig.3.33 erhält man für den Luftdruck

auf dem Mont Blanc $\quad p_1 = 556\ hPa$

in Chamonix $\quad p_2 = 860\ hPa$

Aus der Tabelle 2.1 auf Seite 24 findet man, dass bei $p_0 = 1013\ hPa$ die Dichte der Luft $\rho_0 = 1{,}29\ kg/m^3$ beträgt.

Aus dem Gesetz von Boyle und Mariotte $\quad \dfrac{\rho_1}{\rho_0} = \dfrac{p_1}{p_0}$

erhält man für die Dichte auf dem Mont Blanc

$$\rho_1 = \frac{\rho_0 \cdot p_1}{p_0} = \frac{1{,}29\,kg/m^3 \cdot 556\,hPa}{1013\,hPa} = 0{,}708\,\frac{kg}{m^3} = 0{,}708\,\frac{g}{l}$$

Masse der Luft in der Flasche $\quad m = \rho_1 \cdot V_1 = 0{,}708\,\frac{g}{l} \cdot 1{,}5\,l = 1{,}1\,g$

Volumen der Luft in Chamonix $\quad V_2 = \dfrac{p_1 \cdot V_1}{p_2} = \dfrac{556\,hPa \cdot 1{,}5\,l}{860\,hPa} = 0{,}97\,l$

4.2 Temperatur

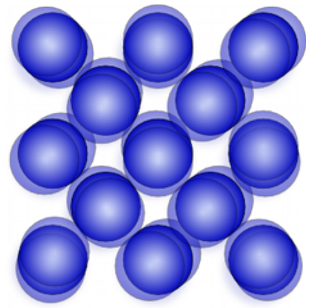


Fig. 4.9: Je höher die Temperatur ist, desto mehr vibrieren die Teilchen.

Die Temperatur ist die physikalische Größe welche angibt, wie warm oder kalt ein Körper ist.

Aus mikroskopischer Sicht besteht ein Zusammenhang zwischen der Temperatur und der mikroskopischen Schwingungsbewegung der Moleküle und Atome. Diese ist mit einfachen Mitteln nicht feststellbar und messbar. Deshalb werden für die Messung der Temperatur Eigenschaften der Körper genutzt, welche sich in Abhängigkeit von der Temperatur ändern, so zum Beispiel: Länge, Volumen, elektrischer Widerstand, Farbe usw.

4.2.1 Thermometer

Geräte zur Messung der Temperatur heißen ***Thermometer.*** Im Allgemeinen messen sie irgend eine Eigenschaft eines Körpers oder Materials, welche sich in Abhängigkeit von der Temperatur ändert.

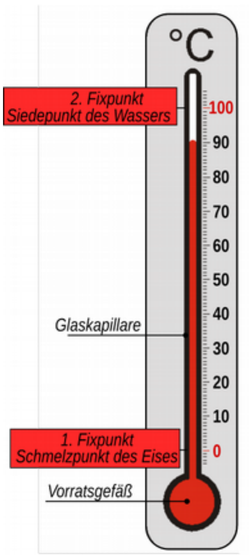


Fig. 4.10: Flüssigkeitsthermometer

Häufig benutzte Thermometer sind die ***Flüssigkeitsthermometer.*** Sie bestehen aus einem mit einer thermometrischen Flüssigkeit (meist Alkohol oder Quecksilber) gefüllten gläsernen Vorratsgefäß und einem damit verbundenen durchsichtigen Kapillar-Röhrchen (siehe Fig. 4.10). Da sich Flüssigkeiten in der Regel beim Erwärmen stärker ausdehnen als Festkörper, nimmt der Pegel der Flüssigkeit im Röhrchen ein von der Temperatur abhängiges Niveau ein. Das Röhrchen wird mit einer Skale verbunden und erlaubt die unmittelbare Messwertablesung in einer Temperatur-Maßeinheit,

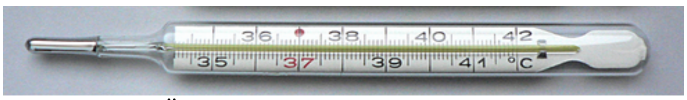


Fig. 4.11: Älteres Fieber-Thermometer; die Thermometerflüssigkeit ist Quecksilber.

Bimetall-Thermometer beruhen auf der unterschiedlichen temperaturabhängigen Längenänderung von Metallen. (siehe 4.3.1.1)

In ***elektrischen Thermometern*** wird eine elektrische Größe (meist der Widerstand oder die Spannung) gemessen, welche sich mit der Temperatur ändert.

Um als Messgerät zu dienen, benötigen die Thermometer eine ***Temperaturskala.***

Eine Temperaturskala wird durch zwei Fixpunkte definiert. Der Abstand zwischen den Fixpunkten wird dann gleichmäßig aufgeteilt.

4.2.1.1 Celsius Skala

Die ***Celsius Skala*** ([23]) von Fig. 4.10, mit der Maßeinheit ***Grad Celsius (°C)***, hat als ersten Fixpunkt den Schmelzpunkt von Eis bei 0°C und als zweiten Fixpunkt den Siedpunkt von Wasser bei einem Druck von 1013 hPa, bei 100°C.

Das Formelzeichen für die Temperatur in Grad Celsius ist ϑ (theta).

23 ***Anders Celsius*** (1701 - 1744) war ein schwedischer Astronom, Mathematiker und Physiker. Er war Professor in Upsala und gründete das erste schwedische Observatorium.

4.2.1.2 Kelvin Skala – absolute Temperatur

Die Temperaturskala des internationalen Einheitensystems ist die ***absolute Temperaturskala*** oder ***Kelvin Skala*** mit der Maßeinheit ***Kelvin (K)***.

Die Skala hat folgende Fixpunkte: ***0 K*** ist der ***absolute Nullpunkt*** (bei dem die Teilchen vollständig zum Stillstand kommen) und der Gefrierpunkt des Wassers iegt bei ***273,15 K.*** Die Ursache dieses zweiten Wertes wird in Par. 4.3.5 Erklärt. Die Kelvin Skala ist nach dem irischen Physiker William Thomson (Lord Kelvin)([24]) benannt.

Das Formelzeichen für die absolute Temperatur ist ***T***.

Um Celsius-Temperaturen in absolute Temperaturen umzuwandeln und umgekehrt, gelten folgende Formeln:

$$\boldsymbol{T = \vartheta + 273{,}15\ \mathrm{K}} \qquad \boldsymbol{\vartheta = T - 273{,}15\ ^\circ\mathrm{C}}$$

Daraus folgt, dass der absolute Nullpunkt bei -273,15 °C liegt. Das ist die geringste mögliche Temperatur.

In der absoluten Temperaturskala gibt es keine negativen Temperaturen.

Die Größe der Einheiten *Grad Celsius* und *Kelvin* ist gleich. Das bedeutet, dass Temperatur in der Celsius und der Kelvin Skala gleich sind, $\boldsymbol{\Delta T = \Delta\vartheta}$

Für Temperaturunterschiede (Temperaturdifferenzen) sollte stets das *Kelvin* verwendet werden.

4.3 Wärmeausdehnung

Die Wärmeausdehnung oder Wärmedilatation ist eine Vergrößerung des Volumens von Körpern bei Erhöhung der Temperatur.

Wenn ein Körper erwärmt wird, dann erhöht sich die mittlere Geschwindigkeit der mikroskopischen Teilchenbewegung. Deshalb vergrößert sich im Allgemeinen ([25]) der Abstand zwischen den Teilchen und das Volumen des Körpers nimmt zu.

Fig. 4.12: Dehnungsfuge einer Brücke

4.3.1 Lineare Wärmeausdehnung von Festkörpern

Bei Festkörpern ist häufig die Änderung der Länge in Abhängigkeit von der Temperatur, die sogenannte lineare Dilatation, von besonderer Bedeutung. Sie ist ein wichtiger Aspekt bei der Auswahl von Konstruktionsmaterialien und bei der Anwendung derselben.

Häufig müssen eigene Vorkehrungen getroffen werden um zu verhindern, dass durch die Wärmeausdehnung Schäden an den Konstruktionen entstehen. Fig. 4.12

Der folgende Versuch zeigt auf, wovon die Wärmeausdehnung von Festkörpern abhängt.

---

24 ***William Thomson*** (1824 - 1907) war ein irischer Physiker der wichtige Forschungsarbeiten im Bereich der Elektrotechnik und der Thermodynamik voran brachte. Wegen seiner Leistungen wurde er zum ersten Lord ***Kelvin*** von Largs ernannt.

25 Eine wichtige Ausnahme stellt Wasser im Bereich zwischen 0°C und 4°C dar. In diesem Bereich verringert sich das Volumen trotz Temperaturerhöhung. Wasser hat seine größte Dichte bei 4 °C (siehe 4.3.3.1).

Versuch 4.2 - ***Linearer Ausdehnungskoeffizient***

Es wird die Längenzunahme von Rohren in Abhängigkeit von der Temperatur gemessen. Die Anfangslänge welche in Betracht gezogen wird, beträgt $l_0 = 0{,}86$ m.
Zunächst wird die Anfangstemperatur aufgezeichnet und die Messuhr wird auf Null gestellt.
Anschließend lässt man Dampf durch das Rohr strömen, bis die Temperatur auf über 80 °C ansteigt. Die Messuhr zeigt dann die maximale Längenzunahme an. Wenn kein Dampf mehr durch das Rohr strömt nehmen Temperatur und Länge langsam ab. Für verschiedene Temperaturen sind die Längenzunahmen in den Tabellen Tab. 4.2 und Tab. 4.3 jeweils für ein Aluminium-Rohr und ein Rohr aus rostfreiem Stahl angegeben.

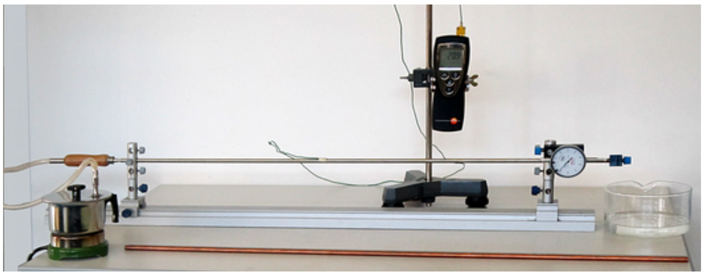


Fig. 4.13: Versuchsgerät zur Messung der linearen Ausdehnung

Aluminium $\vartheta_0 = 25$ °C			
MP	ϑ [°C]	ΔT [K]	Δl [mm]
1	80	55	1,10
2	70	45	0,88
3	60	35	0,67
4	50	25	0,48
5	40	15	0,28
6	30	5	0,10

Tab. 4.2

rostfreier Stahl $\vartheta_0 = 25$ °C			
MP	ϑ[°C]	ΔT [K]	Δl [mm]
1	80	55	0,83
2	75	50	0,74
3	65	40	0,60
4	55	30	0,43
5	45	20	0,29
6	35	10	0,14

Tab. 4.3

Aus den Werten der Tabelle erhält man das nebenstehende Diagramm Fig.4.14
Man sieht, dass für jedes Material die Änderung der Länge Δl proportional der Temperaturänderung ist ➜ $\Delta l \propto \Delta T$

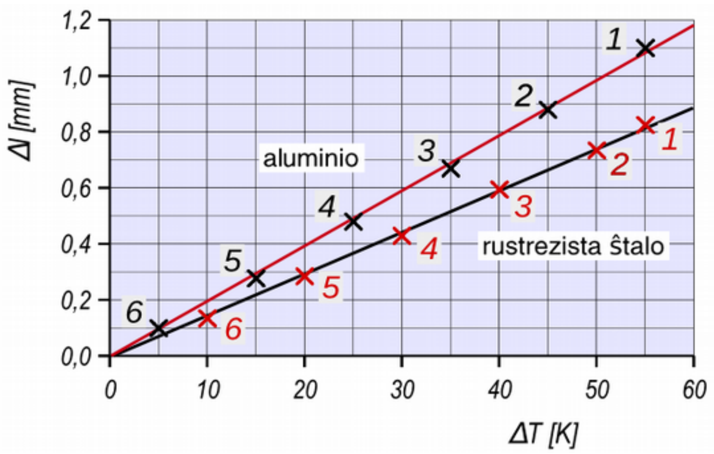


Fig. 4.14 ΔT–Δl Diagramm für Aluminium und Inox- Stahl

Anhand der Darstellung in Fig. 4.15 wird klar, dass die Längenänderung eines Körpers für eine bestimmte Temperaturänderung von dessen Anfangslänge abhängt, d.h. je größer die Anfangslänge ist, desto größer ist die Längenänderung bei gleicher Temperaturänderung. ➜ $\Delta l \propto l_0$

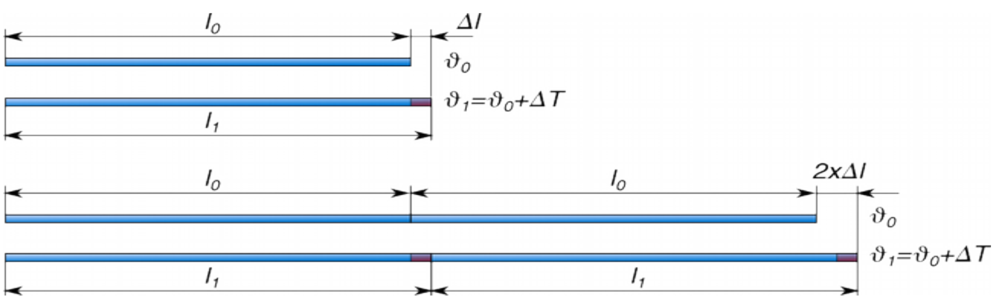


Fig. 4.15

Aus Versuch 4.2 und aus Fig. 4.15 erhält man also für die Längenänderung von Körpern aus einem bestimmten Material

$$\Delta l \propto l_0 \cdot \Delta T \quad \rightarrow \quad \frac{\Delta l}{l_0 \cdot \Delta T} = konstant$$

Die Konstante nennt man ***Längenausdehnungskoeffizient***, sie hat das Formelzeichen $\boldsymbol{\alpha}$.

$$\boldsymbol{\alpha = \frac{\Delta l}{l_0 \cdot \Delta T}} \quad \rightarrow \quad \text{mit der Maßeinheit} \quad [\alpha] = \frac{mm}{m \cdot K} = 10^{-3}\frac{1}{K}$$

Die Längenänderung berechnet man mit der Formel $\boldsymbol{\Delta l = \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta T}$

In Fig. 4.14 sieht man, dass die Messpunkte MP 2 jeweils relativ genau auf der Ausgleichsgeraden liegen. Man erhält somit die folgenden Werte für den Längenausdehnungskoeffizienten, für Aluminium:

$$l_0 = 0{,}86\,m \qquad \Delta l = 0{,}88\,mm \qquad \Delta T = 45\,K \quad \rightarrow \quad \alpha = \frac{0{,}88\,mm}{0{,}86\,m \cdot 45\,K} = 0{,}023\frac{mm}{mK}$$

für rostfreier Stahl:

$$l_0 = 0{,}86\,m \qquad \Delta l = 0{,}74\,mm \qquad \Delta T = 50\,K \quad \rightarrow \quad \alpha = \frac{0{,}74\,mm}{0{,}86\,m \cdot 50\,K} = 0{,}017\frac{mm}{mK}$$

In Tab. 4.4 Sind die Werte für den Längenausdehnungskoeffizienten einiger Materialien angegeben.

Man sieht, dass Baustahl und Beton denselben Ausdehnungskoeffizienten haben. Das ist deshalb von Bedeutung, weil die beiden Materialien zusammen in Stahlbeton verwendet werden. Wenn sie sich nicht gleich ausdehnen würden, dann käme es zu Spannungen, welche die Konstruktionen schädigen würden.

Längenausdehnungskoeffizient	
Material	α [mm/(mK)]
Blei	0,029
Aluminium	0,023
Messing	0,018
Inox-Stahl	0,017
Kupfer	0,016
Gold	0,014
Eisen	0,012
Baustahl	0,012
Beton	0,012
Glas	0,008

Tab. 4.4

4.3.1.1 Bimetalle

Ein Bimetall ist ein Metallstreifen, der aus zwei dünnen Blechen verschiedener Metalle besteht, welche miteinander verbunden sind. (siehe Fig. 4.17)

Da die Längenausdehnungskoeffizienten verschieden sind biegt sich der Streifen, wenn sich die Temperatur ändert. Diese Eigenschaft wird in verschiedenen Geräten genutzt z.B. Thermometer, Thermostat, Wärmeschutzschalter. (siehe Fig.4.16)

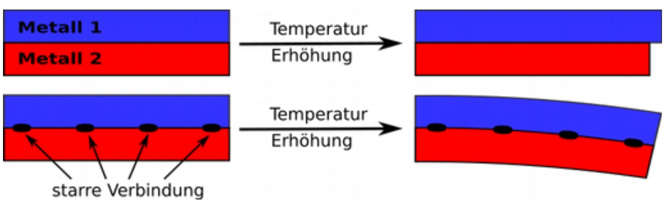


Fig. 4.17 Bimetallstreifen

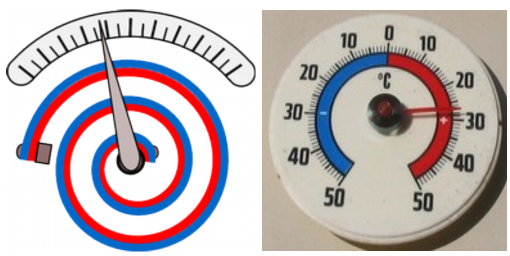


Fig.4.16: Bimetallthermometer

Beispiel 4.4

Die Länge eines Sessellifts beträgt 2500 m. Im Winter erreicht die Mindesttemperatur -25 °C und die Höchsttemperatur im Sommer ist +35 °C.
Um wie viel ändert sich die Länge des Stahlseils, wenn sein Ausdehnungskoeffizient $\alpha = 12 \times 10^{-6}$ 1/K beträgt?

Lösung

$l_0 = 2500\,m$

$\Delta T = \vartheta_S - \vartheta_V = 35\,°C - (-25\,°C) = 60\,K$

$$\Delta l = \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta T$$

$$\Delta l = 12 \cdot 10^{-6} \frac{1}{K} \cdot 2500\,m \cdot 60\,K = 1{,}8\,m$$

Fig. 4.18: Spannstation eines Sessellifts

Antwort: Die Längenänderung des Stahlseils beträgt 1,8 *m*. Das ist somit die minimale Beweglichkeit die der Spannwagen haben muss, auf welchem die Umlenkscheibe in einer der Stationen montiert ist.

4.3.2 Volumenänderung von Festkörpern

Wenn sich die Temperatur eines Körpers ändert, dann ändert sich nicht nur dessen Länge, sondern auch Breite und Höhe. Man hatalso eine Volumenänderung ΔV.

Bei der Anfangstemperatur ϑ_0 beträgt das Volumen: $V_0 = a \cdot b \cdot c$

Bei einer Temperaturerhöhung ΔT , ergibt sich :

$$\Delta a = \alpha \cdot a \cdot \Delta T$$

$$\Delta b = \alpha \cdot b \cdot \Delta T$$

$$\Delta c = \alpha \cdot c \cdot \Delta T$$

Die Volumenänderung des Körpers durch die Erwärmung ist also ([26]):

$$\begin{aligned} \Delta V &= a \cdot b \cdot \Delta c + b \cdot c \cdot \Delta c + c \cdot a \cdot \Delta b \\ &= a \cdot b \cdot \alpha \cdot c \cdot \Delta T + b \cdot c \cdot \alpha \cdot a \cdot \Delta T + c \cdot a \cdot \alpha \cdot b \cdot \Delta T \\ &= 3 \cdot a \cdot b \cdot c \cdot \alpha \cdot \Delta T = 3 \cdot \alpha \cdot V_0 \cdot \Delta T \end{aligned}$$

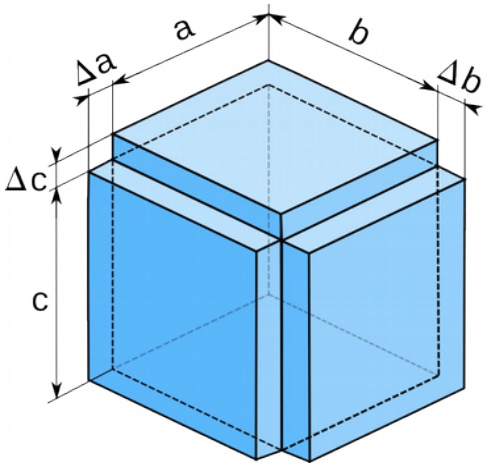


Fig. 4.19

Wenn man $\mathbf{3 \cdot \alpha = \gamma}$ als ***Volumenausdehnungskoeffizient*** einsetzt, dann wird die Formel für die Volumenänderung:

$$\mathbf{\Delta V = \gamma \cdot V_0 \cdot \Delta T}$$

Der ***Volumenausdehnungskoeffizient*** ist :

$$\boldsymbol{\gamma = \frac{\Delta V}{V_0 \cdot \Delta T}} \quad \rightarrow \quad \text{mit der Maßeinheit} \quad [\gamma] = \frac{cm^3}{dm^3 \cdot K} = 10^{-3} \frac{1}{K}$$

26 Es kann mathematisch bewiesen werden, dass man die fehlenden Volumenteilchen in den Ecken vernachlässigen kann.

4.3.3 Volumenänderung von Flüssigkeiten

Für Flüssigkeiten gilt die selbe Formel wie für die Festkörper. $\boldsymbol{\Delta V = \gamma \cdot V_0 \cdot \Delta T}$

Versuch 4.3 - ***Volumenausdehnungskoeffizient***

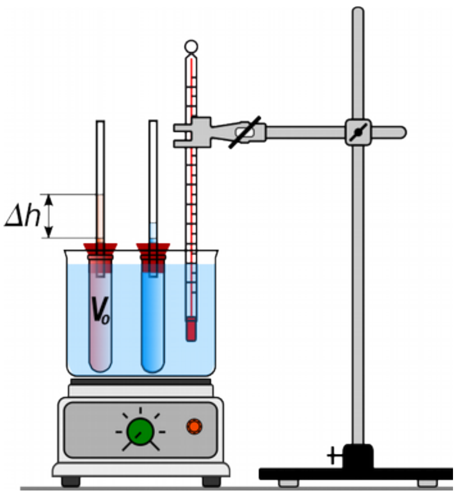


Fig. 4.20

Zwei Reagenzgläser enthalten ein Volumen $V_0 = 36{,}5\ cm^3$ von Wasser bzw. Butanol. Sie werden in ein wassergefülltes Gefäß gestellt (siehe Fig. 4.20). Die Reagenzgläser werden mit einem Stopfen verschlossen aus welchem ein Glasröhrchen ragt. Letzteres ermöglicht die Ausdehnung der enthaltenen Flüssigkeiten. Bei der Anfangstemperatur ϑ_0 wird der Stand der Flüssigkeiten im Röhrchen markiert. Nun wir die Temperatur des Wassers im Gefäß um ΔT erhöht. Nach einiger Zeit erreichen auch die Flüssigkeiten in den Reagenzgläsern die neue Temperatur. Dabei steigt das Niveau in den Glasröhrchen um Δh.

Die Querschnittsfläche im Inneren der Glasröhrchen beträgt A = 25 mm². Man kann also die Volumenänderung berechnen $\Delta V = A \cdot \Delta h$ und daraus den Volumenausdehnungskoeffizienten. Die gemessenen Werte sind:

$\vartheta_0 = 22\ °C \qquad \vartheta_1 = 34\ °C \qquad \rightarrow \qquad \Delta T = 12\,K$

Wasser $\quad \Delta h = 5{,}5\,mm \qquad \Delta V = \Delta h \cdot A = 5{,}5\,mm \cdot 25\,mm^2 = 138\,mm^3$

$$\gamma = \frac{\Delta V}{V_0 \cdot \Delta T} = \frac{0{,}14\,cm^3}{36{,}5\,cm^3 \cdot 12\,K} = 3{,}2 \cdot 10^{-4} \frac{1}{K}$$

Butanol $\quad \Delta h = 16\,mm \qquad \Delta V = \Delta h \cdot A = 16\,mm \cdot 25\,mm^2 = 400\,mm^3$

$$\gamma = \frac{\Delta V}{V_0 \cdot \Delta T} = \frac{0{,}40\,cm^3}{36{,}5\,cm^3 \cdot 12\,K} = 9{,}1 \cdot 10^{-4} \frac{1}{K}$$

Der Volumenausdehnungskoeffizient ändert sich für jeden Stoff in Abhängigkeit von der Temperatur. Die Temperaturabhängigkeit ist für Flüssigkeiten viel stärker als für Festkörper. Die in Versuch 4.3 gefundenen Werte gelten deshalb nur im betrachteten Temperaturbereich. ([27])

In Tab. 4.5 sind die Werte des Koeffizienten für einige Flüssigkeiten bei 20 °C angegeben. Man sieht, dass sich Flüssigkeiten um 20-100 Mal mehr ausdehnen als Festkörper.

Volumenänderungskoeffizient	
bei 20 °C	γ [10^{-3} 1/ K]
Aceton	1,43
Ethanol	1,10
Benzin	1,00
Butanol	0,97
Glycerin	0,50
Wasser	0,21
Quecksilber	0,18

Tab. 4.5

Die Änderung des Volumenausdehnungskoeffizienten mit der Temperatur ist bei Wasser besonders ausgeprägt. Sie zeigt ein ungewöhnliches Verhalten und heißt deshalb ***Dichteanomalie des Wassers.***

27 Die im Versuch 4.3 gefundenen Werte sind auch deshalb etwas ungenau, weil nicht berücksichtigt wurde, dass sich nicht nur die Flüssigkeit, sondern auch die Reagenzgläser bei Erwärmung ausdehnen.

4.3.3.1 Dichteanomalie des Wassers

Wenn die Temperatur sinkt, nimmt bei fast allen Flüssigkeiten das Volumen ab und die Dichte nimmt zu. Wenn Wasser abgekühlt wird, beobachtet man ein seltsames Verhalten. Bis zur Temperatur von 4°C verringert sich das Volumen, aber zwischen 4°C und 0°C nimmt es wieder zu. Deshalb hat das Wasser bei der Temperatur von ca. 4°C (genau 3,8 °C) seine größte Dichte und zwischen 0°C und 4 °C ist der Volumenausdehnungskoeffizient negativ.

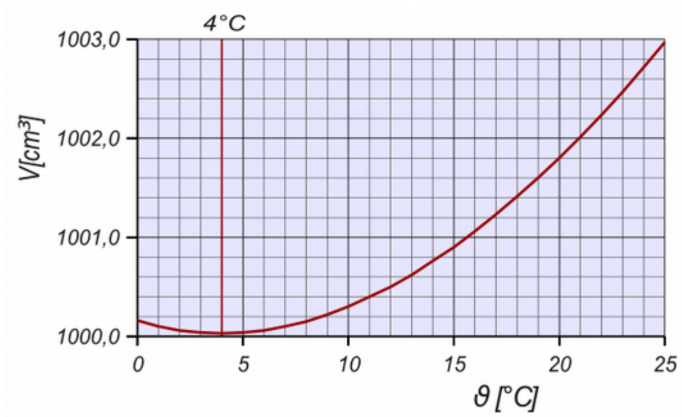


Fig. 4.21

Die Diagramme in Fig. 4.21 bzw. Fig. 4.22 geben an, wie groß das Volumen von 1 kg Wasser zwischen 0°C und 25°C bzw. zwischen 0°C und 100 °C ist.

Mit den Werten der Diagramme kann man den Volumenausdehnungskoeffizienten von Wasser in verschiedenen Temperaturintervallen berechnen. Einige Werte sind in folgender Tabelle angeführt.

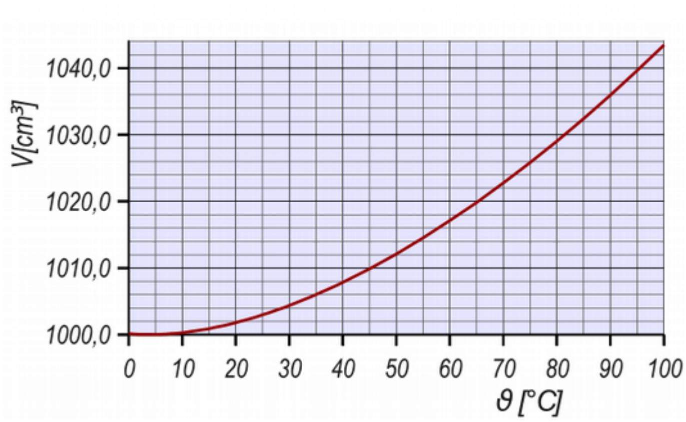


Fig. 4.22

Volumenausdehnungskoeffizient von Wasser	
Temperaturintervall	γ [10^{-3} 1/ K]
10 °C - 20 °C	0,15
20 °C - 30 °C	0,26
10 °C - 30 °C	0,20
10 °C - 50 °C	0,30
10 °C - 90 °C	0,45

Tab. 4.6

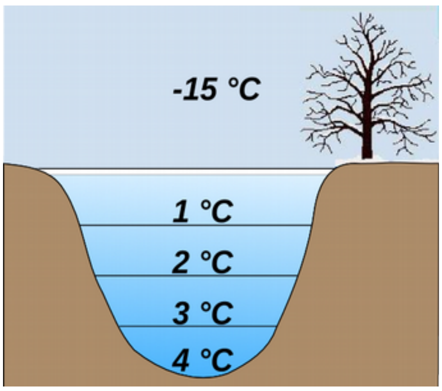


Fig. 4.23: Wasser mit 4 °C befindet sich am Seegrund und gefriert nicht

Eine Folge der Dichtanomalie ist, dass die großen Wassermassen auf der Erde von oben zufrieren und dass sie nur langsam gefrieren, weil die entstandene Eisdecke ([28]) den Wärmeübergang zwischen der Luft und dem Wasser verringert.

Deshalb gefriert auch in sehr katen Wintern das Wasser in großer Tiefe nicht sondern hat dort eine Temperatur von 4 °C. Ohe diese Anomalie würde das ganze Wasser gefrieren und die Wassertiere könnten nicht überleben.

Auch die Stoffe Antimon, Bismut, Gallium, Germanium, Plutonium und Silizium weisen eine Dichteanomalie auf.

28 Ungewöhnlich ist auch die Tatsache, dass im festen Zustand, d.h. als Eis, das Wasser leichter ist als im flüssigen. Deshalb bleibt das neugebildete Eis über dem Wasser.

4.3.4 Beispiele

Beispiel 4.5

Jemand kauft 9000 Liter Heizöl bei einer Temperatur von 35°C.
Wie viele Liter Heizöl befinden sich im Tank, wenn die Temperatur auf 5 °C sinkt?
Der Volumenausdehnungskoeffizient von Heizöl beträgt 1,0 x 10^{-3} 1/K.

Lösung

$V_0 = 9000\,l \qquad \gamma = 1{,}0 \cdot 10^{-3}\ 1/K \qquad \Delta T = \vartheta_1 - \vartheta_0 = 5\,°C - 35\,°C = -30\,K$

$$\Delta V = \gamma \cdot V_0 \cdot \Delta T = 1{,}0 \cdot 10^{-3} \cdot 9000\,l \cdot (-30\,K) = -270\,l$$

$$V_1 = V_0 + \Delta V = 9000\,l - 270\,l = 8730\,l$$

Antwort: Bei der Temperatur von 5°C enthält der Tank 8730 Liter Heizöl.

Beispiel 4.6

Eine Heizanlage enthält insgesamt 520 Liter Wasser. Die Temperatur steigt von 10 °C auf 90 °C.
Wie viel Wasser fließt in das Ausdehnungsgefäß?(29)
Das Rohrsystem besteht aus Stahl ($\alpha = 0{,}12 \cdot 10^{-4}\,1/K$).

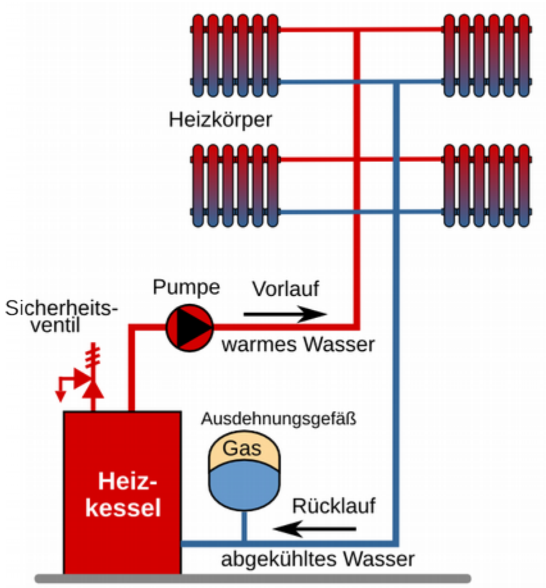


Fig. 4.24: Funktionsprinzip einer geschlossenen Heizanlage

Lösung

$V_0 = 520 \qquad \Delta T = \vartheta_1 - \vartheta_0 = 80\,K$

für das Wasser:
$\gamma_W = 0{,}45 \cdot 10^{-3}\ 1/K$ (siehe Tab. 4.6)

$$\Delta V_W = 0{,}45 \cdot 10^{-3} \frac{1}{K} \cdot 520\,l \cdot 80\,K = 18{,}7\,l$$

für das Rohrsystem:
$\gamma_R = 3 \cdot \alpha = 0{,}36 \cdot 10^{-4}\ 1/K$

$$\Delta V_R = 0{,}36 \cdot 10^{-4} \frac{1}{K} \cdot 520\,l \cdot 80\,K = 1{,}5\,l$$

Da das Rohrsystem sich um 1,5 l ausdehnt, strömt nur die Differenz zwischen ΔV_W und ΔV_R in das Ausdehnungsgefäß.

$$V_A = \Delta V_W - \Delta V_R = 18{,}7\,l - 1{,}5\,l = 17{,}2\,l$$

Antwort: Das Volumen des Wassers, das in das Ausdehnungsgefäß verdrängt wird, beträgt 17,2 Liter. Zur Sicherheit wird ein etwas größeres Ausdehnungsgefäß montiert, welches wenigstens 20 Liter aufnehmen kann. Das Gesamtvolumen des Ausdehnungsgefäßes hängt vom Anfangsdruck des Gases und dem zulässigen Höchstdruck der Anlage ab. Letzterer wird durch ein Sicherheitsventil begrenzt.

29 In modernen Heizanlagen zirkuliert das Wasser in einem geschlossenen System. Da die Temperatur des Wassers sich ändert, ändert sich auch sein Volumen. Um diese Volumenänderung zu ermöglichen wird ein Ausdehnungsgefäß eingebaut. Es ist anfangs mit Gas unter einem bestimmten Druck gefüllt. Dieses ist bekanntlich kompressibel, so dass es bei verhältnismäßig geringer Druckzunahme das Wasser aufnehmen kann.

4.3.5 Volumenänderung von Gasen

Wenn man die Flasche in Fig. 4.25 mit den Händen wärmt, dann steigt die Flüssigkeitssäule im Glasröhrchen.

Die Ursache dafür ist nicht die Ausdehnung der Flüssigkeit, sondern die wesentlich stärkere Ausdehnung der Luft in der Flasche.

Nachdem zwischen den Gasteilchen praktisch faste keine Bindungskräfte wirken, nimmt der Abstand der Teichen bei Erhöhung der Vibrationsbewegung (Temperatur!) stark zu.

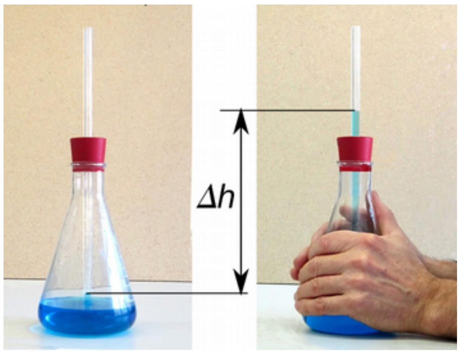


Fig. 4.25: Varmigante la botelon la likvokolono plialtiĝas.

Versuch 4.4

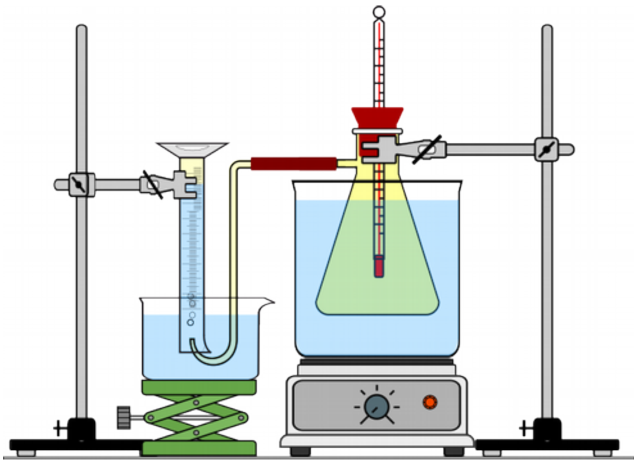


Fig. 4.26

Fig. 4.27

Zu Beginn wird das Wasser im Gefäß, in welchem sich der luftgefüllte Glaskolben befindet, mit Eiswürfeln abgekühlt. Wenn die Luft die Mindesttemperatur erreicht hat, wird das Röhrchen in den Messzylinder eingeführt. Anschließen wird das Wasser im Heizbad erwärmt und somit erwärmt sich auch die Luft, sie dehnt sich aus und das Volumen ΔV entweicht in den Messzylinder.

Die Messergebnisse sind in Tab. 4.7 angeführt. Sie sind auch im Diagramm von Fig. 4.28 dargestellt. Man sieht, dass die Messpunkte gut durch eine Ausgleichsgerade angenähert werden.

Anfangstemperatur $\vartheta_1 = 4$ °C
Anfangsvolumen $V_1 = 553$ cm³

MP	ϑ [°C]	ΔT [K]	ΔV [cm³]	T [K]	V [cm³]
1	4	0	0	277	553
2	18	14	32	291	585
3	28	24	51	301	604
4	37	33	68	310	621
5	43	39	78	316	631

Tab. 4.7

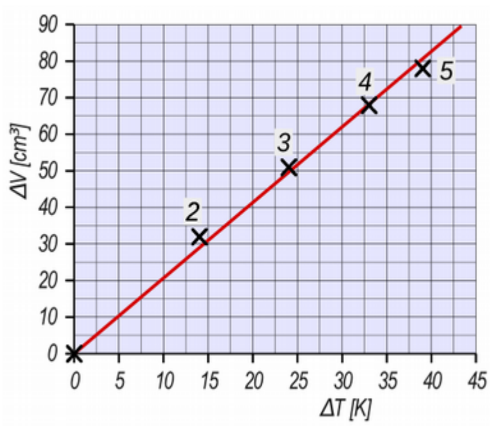


Fig. 4.28

Das Diagramm von Fig. 4.28 zeigt, dass für eine bestimmte Masse von Gas bei ***konstantem Druck*** die Änderung des Volumens proportional der Temperaturänderung ist.

$$\Delta V \propto \Delta T$$

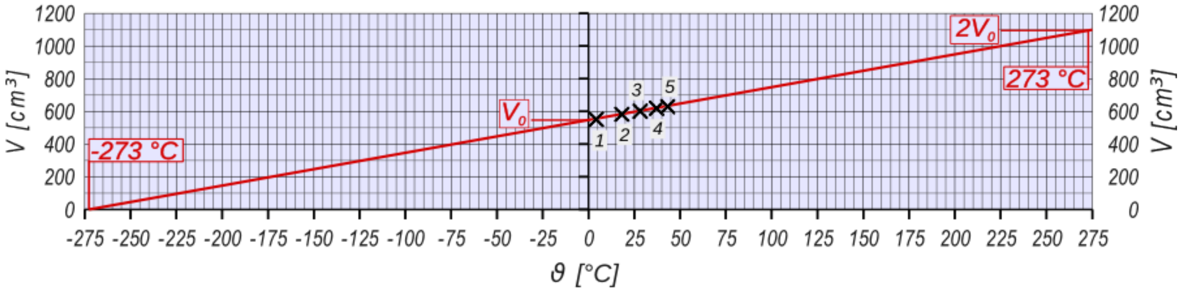


Fig. 4.29

Mit den Werten von Tab. 4.7 kan man das Diagramm von Fig. 4.29 zeichnen, in welchem das Volumen in Abhängigkeit von der Temperatur dargestellt ist.

Es zeigt sich, dass die Ausgleichsgerade, welche die Messpunkte bestmöglich annähert, die Temperaturachse bei -273 °C schneidet. Das heißt, dass bei -273 °C das Volumen des Gases Null ist. Da ein negatives Volumen nicht vorstellbar ist, stellt der Wert von -273 °C ein absolutes Minimum dar. Deshalb wurde dieser Wert als Nullpunkt der absoluten Temperaturskala gewählt.

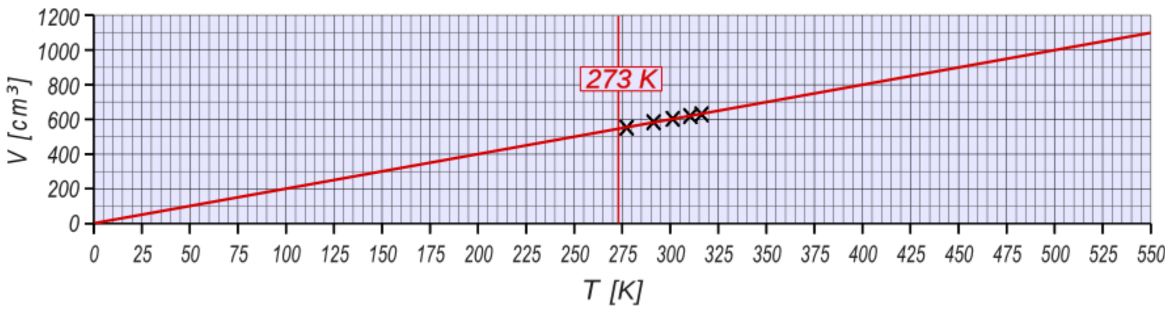


Fig. 4.30

Wenn man die Kelvin-Skala verwendet, erhält man aus den Werten von Tab. 4.7 das Diagramm von Fig. 4.30. Daraus folgt, dass sich bei ***konstantem Druck*** für eine bestimmte Gasmasse ergibt:

$$V \propto T \quad \rightarrow \quad \frac{V}{T} = konstant$$

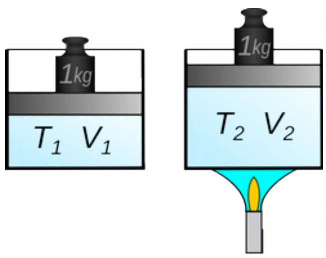


Fig. 4.31

Das ist das ***Gesetz von Gay-Lussac*** ([30]) oder Gesetz von ***Charles***.([31])

Wenn für eine bestimmte Gasmasse sich in einem Gefäß bei konstantem Druck die Temperatur ändert (siehe Fig. 4.31), dann gilt:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

30 ***Louis Joseph Gay-Lussac*** (1778 -1850) war ein französischer Chemiker und Physiker. Im Jahre 1802 entdeckte er das Ausdehnungsgesetz der Gase. Im Jahr 1804 untersuchte er bei einer Ballonfahrt die Änderungen des Erdmagnetismus und der Zusammensetzung der Luft.

31 ***Jacques Charles*** (1746-1823) war ein französischer Physiker. Er entdeckte das Ausdehnungsgesetz der Gase bereits 1787, veröffentlichte es jedoch nicht. Er war der erste der einen mit Wasserstoff gefüllten Ballon baute und damit aufstieg.

4.3.6 Allgemeine Gasgleichung

Wenn eine bestimmte Gasmenge von einem Zustand 1 in den Zustand 2 übergeht, dann kann man stets annehmen, dass dieser Vorgang zuerst bei konstanter Temperatur T_1 abläuft und sich nur der Druck von p_1 auf p_2 ändert, und sich anschließend bei konstantem p_2 nur die Temperatur von T_1 auf T_2 verändert. (siehe Fig. 4.32)

Dabei muss das Gas während der ersten Zustandsänderung gekühlt und während der zweiten erwärmt werden.

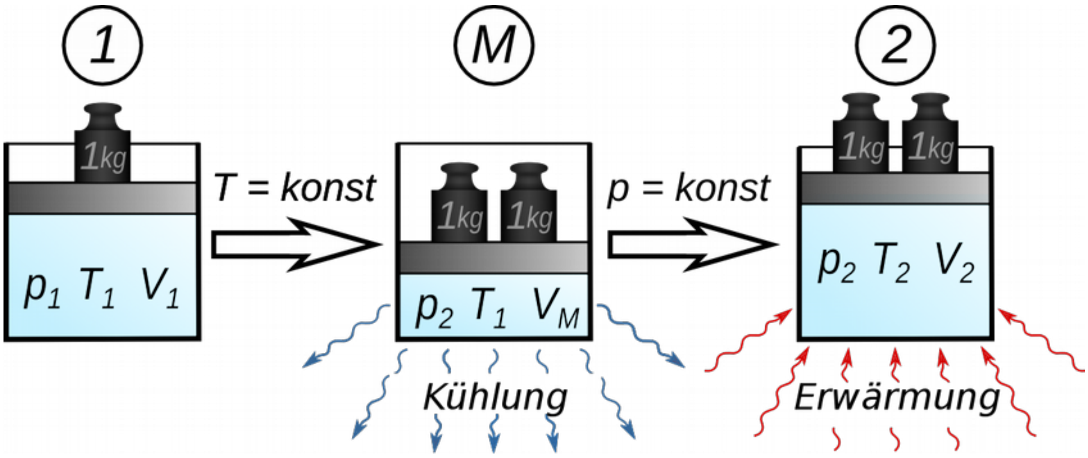


Fig. 4.32

Für die erste Zustandsänderung 1 – M gilt das Gesetz von Boyle und Mariotte.

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_M \quad \rightarrow \quad V_M = \frac{p_1 \cdot V_1}{p_2}$$

Für die Zustandsänderung M – 2 gilt das Gesetz von Gay-Lussac.

$$\frac{V_M}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \quad \rightarrow \quad V_M = \frac{T_1 \cdot V_2}{T_2} \quad \rightarrow \quad \frac{p_1 \cdot V_1}{p_2} = \frac{T_1 \cdot V_2}{T_2} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}}$$

Für eine bestimmte konstante Gasmasse gilt also:

$$\boldsymbol{\frac{p \cdot V}{T} = \textit{konstant}} \quad ([32])$$

Dieses Gesetz nennt man das ***allgemeine Gasgesetz.*** Genau genommen gilt es nur für ideale Gase.([33]).

Für reale Gase gilt das Gesetz um so besser, je kleiner der Druck und je höher die Temperatur über dem Siedepunkt der Substanz ist.

Viele Gase (Luft, Wasserstoff, Stickstoff, Helium usw.) gehorchen bei Normalbedingungen dem allgemeinen Gasgesetz.

---

32 In Chemie und in der Thermodynamik wird das Gesetz meist in der Form $pV = n\,R\,T$ angeschrieben, wobei n die Stoffmenge des Gases ist und R die allgemeine Gaskonstante. Nachdem nR für eine konstante Gasmasse konstant ist, drücken beide Schreibweisen dasselbe aus.

33 Ein ideales Gas ist ein Gas in welchem keine Bindungskräfte zwischen Teilchen herrschen und wo die Größe der Teilchen verglichen mit ihrem mittleren Abstand vernachlässigt werden kann.

4.3.7 Beispiele

Beispiel 4.7 Heißluftballon ([34])

Ein Heißluftballon hat ein Volumen von 5000 m³. Die Temperatur der umgebenden Luft beträgt 0 °C.

a) Wie groß ist die Masse der Luft im Ballon, wenn sie auf eine Temperatur von 100 °C aufgeheizt wird?

b) Wie isr die größtmögliche Masse der Nutzlast, wenn die gesamte Masse von Ballonhülle, Korb, Brenner und Gasflaschen 600 kg beträgt?

Fig. 4.33

Lösung

Volumen des Ballons $V_B = 5000\ m^3$

Dichte der Luft bei 0 °C $\rho_0 = 1{,}29\ kg/m^3$

Temperatur der Luft im Ballon

$T_1 = (100+273)K = 373\ K$

a) Nachdem der Ballon offen ist, ist sein Innendruck stets gelich dem äußeren Luftdruck. Die Erwärmung der Luft erfolgt deshalb bei konstantem Druck und es gilt das Gesetz von Gay-Lusac.

$\frac{V_0}{T_0} = \frac{V_1}{T_1}$ Für die Volumen gilt $V_0 = \frac{m}{\rho_0}$ $V_1 = \frac{m}{\rho_1}$ → $\frac{m}{\rho_0 \cdot T_0} = \frac{m}{\rho_1 \cdot T_1}$

Für eine bestimmte Masse folgt daraus $\rho_0 \cdot T_0 = \rho_1 \cdot T_1$

Man erhält

$$\rho_1 = \frac{\rho_0 \cdot T_0}{T_1} = \frac{1{,}29\, kg/m^3 \cdot 273\, K}{383\, K} = 0{,}92 \frac{kg}{m^3}$$

Masse der Luft im Ballon $m_B = V_B \cdot \rho_1 = 5000\, m^3 \cdot 0{,}92 \frac{kg}{m^3} = 4600\, kg$

b) Die Masse der umgebenden Luft, welche durch den Ballon verdrängt wird ist

$$m_0 = V_B \cdot \rho_0 = 5000\, m^3 \cdot 1{,}29 \frac{kg}{m^3} = 6450\, kg$$

nach dem Gesetz von Archimedes folgt darasu $m_T = m_0 - m_B - 600\, kg = 1250\, kg$

Antwort: a) Die Masse der warmen Luft im Ballon beträgt 4600 kg.

b) Die größtmögliche Masse der Nutzlast beträgt 1250 kg.

34 Ein Heißluftballon ist eine großer Ballon der mit heißer Luft gefüllt ist, so dass eine ausreichende Auftriebskraft entsteht. Am Anfang wird der Ballon durch ein Gebläse mit Luft gefült, welche dann mit einem Gasbrenner erhitzt wird.

Beispiel 4.8 Reifendruck

Vor eine längeren Reise beträgt der Überdruck in den Reifen eines Autos 2120 hPa und die Temperatur 12 °C. Nach einigen Stunden Fahrt misst man einen Überdruck von 2400 hPa.
Wie groß ist dann die Temperatur der Luft in den Reifen? (Luftdruck 1000 hPa!)

Lösung

$p_1 = 1000\ hPa + 2120\ hPa = 3120\ hPa$

$p_2 = 1000\ hPa + 2400\ hPa = 3400\ hPa$

$T_1 = (12 + 273)\ K = 285\ K$

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}$$

Nachdem das Volumen der Reifen praktisch konstant ist, gilt $V_1 = V_2$

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \quad \rightarrow \quad T_2 = \frac{p_2 \cdot T_1}{p_1} = \frac{3400\,hPa \cdot 285\,K}{3120\,hPa} = 311\,K = 38\,°C$$

Antwort: Die Temperatur beträgt 38 °C.

4.3.8 Aufgaben

1. Wie viel Luft entweicht aus einem Klassenzimmer (8m x 8m x 3m), wenn sich die Temperatur von 5 °C auf 25 °C erhöht und dabei der Druck gleich bleibt?
2. Eine mit Luft gefüllte PET-Flasche mit einem Volumen von 1,5 Litern wird auf 3200 Metern Meereshöhe bei einer Temperatur von 5 °C verschlossen.
3. Wie groß ist das Volumen der Luft in der Flasche, wenn sie auf eine Meereshöhe von 200 m gebracht wird, und dort eine Temperatur von 30 °C herrscht?

Antworten

1. Das Volumen der entweichenden Luft beträgt 14 m³.
2. Das Volumen der Luft in der Flasche beträgt 1,1 Liter.

5 Arbeit – Energie – Leistung

5.1 Arbeit

Der Mann auf dem mBild in Fig. 5.1 befindet sich im Büro und arbeitet am Computer. Im Bild von Fig. 5.2 ist er im Urlaub und klettert auf einer Felswand.

Im Sinne der Physik verrichtet dieser Mann im Urlaub deutlich mehr Arbeit, als wenn er arbeitet.

Fig. 5.1:

Fig. 5.2:

Arbeit im Sinne der Physik wird nur dann verrichtet, wenn ein Mensch oder eine Maschine eine Aktion durchführt, für welche eine körperliche Anstrengung erforderlich ist/wäre.

So wird zum Beispiel viel Arbeit verrichtet, wenn man Tennis spielt, klettert oder Gewichte hebt, während die verrichtete Arbeit beim Schreiben, Schularbeiten korrigieren, oder beim Planen eines Hauses sehr gering ist.

In diesem Buch wird das Wort *Arbeit* stets im Sinne der Physik verwendet.

Folgende ***Arten von Arbeit*** werden betrachtet:

Hubarbeit, wird verrichtet, wenn Körper gehoben werden.

Beschleunigungsarbeit, wird verrichtet, wenn die Geschwindigkeit eines Körpers verändert wird.

Spannarbeit, wird verrichtet, wenn die Form eines elastischen Körpers verändert wird.

Reibungsarbeit, wird verrichtet wenn Körper gegen die Reibungskraft bewegt werden ([35])

Beispiele

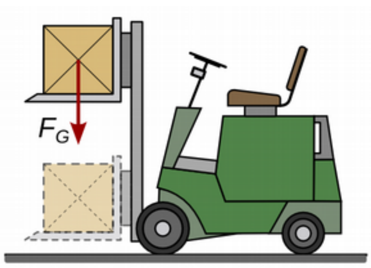


Fig. 5.5

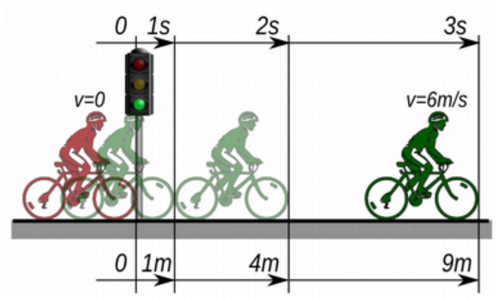


Fig. 5.3

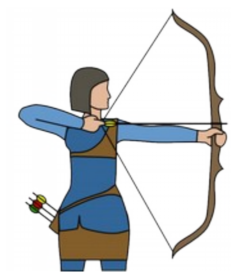


Fig. 5.4

1. Im Bild von Fig. 5.5 Hebt der Gabelstapler eine Last. Er verrichtet ***Hubarbeit***.
2. Im Bild von Fig. 5.3 erhöht der Radfahrer seine Geschwindigkeit. Er verrichtet ***Beschleunigungsarbeit.***
3. Im Bild von Fig. 5.4 spannt die Bogenschützin den Bogen. Sie verrichtet ***Spannarbeit***.

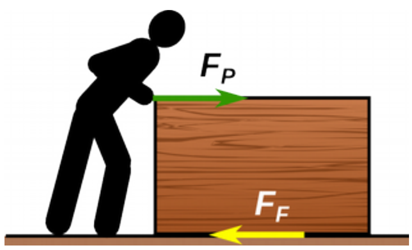


Fig. 5.6

4. Im Bild von Fig. 5.6 verschiebt der Arbeiter eine Kiste. Er verrichtet ***Reibungsarbeit***.

35 Bei jeder realen Arbeit ist immer ein kleiner Anteil von Reibungsarbeit dabei.

Arbeit kennzeichnet immer einen ***Vorgang***. Sie wird immer dann ***verrichtet***, wenn etwas ***verändert*** wird und dafür ***Kraft*** notwendig ist.

Mit Bezug auf die Beispiele von Seite 56 verändern die verschiedenen Arten von Arbeit die in folgender Tabelle angegebenen Größen.

	Art der Arbeit	***veränderte Größe***
1	Hubarbeit	Höhenlage der Last
2	Beschleunigungsarbeit	Geschwindigkeit
3	Spannarbeit	Form des elastischen Körpers
4	Reibungsarbeit	Temperatur der Körper

Tab. 5.1

5.2 Energie

Energie ist das was notwendig ist, um Arbeit zu verrichten.

Die ***Energie*** kennzeichnet immer einen ***Zustand***. Ein Körper (oder ein System von mehreren Körpern) ***hat*** eine bestimmte Menge Energie.

Wenn jemand oder etwas ***Energie hat,*** dann kann er/sie/es ***Arbeit verrichten!***

Die Energie kann in verschiedenen Formen vorkommen.

	Form der Energie	***hängt ab von***
1	Höhenenergie	Masse und Höhenlage
2	Elektrische Energie	Position der elektrischen Ladungen
3	Spannenergie	Verformung
4	Bewegungsenergie	Masse und Geschwindigkeit
5	Innere Energie	Material, Masse und Temperatur
6	Chemische Energie	Masse und Material
7	Kernenergie	Masse und Material

Tab. 5.2

Höhenenergie (Lageenergie), elektrische Energie und Spannenergie sind Unterformen der sogenannten ***potentiellen Energie.***

Die Höhenenergie ist um so größer, je höher die Position des Körpers gegenüber einer Bezugsebene ist. Der Wert der Höhenenergie wird dann stets gegenüber dieser Bezugsebene (***Nullebene***) angegeben.

Die Bewegungsenergie nennt man auch ***kinetische Energie***. Jeder Körper, der sich bewegt hat kinetische Energie. Sie nimmt mit der Geschwindigkeit und der Masse des Körpers zu.

Chemische Energie und Kernenergie werden bei chemische Reaktionen und Kernreaktionen freigesetzt.

5.3 Umwandlung der Energie

Immer wenn Arbeit verrichtet wird, wird Energie von einer Form in eine andere umgewandelt. Arbeit und Energieumwandlung können in sogenannten Energieumwandlungsketten dargestellt werden.

Beispiel 5.1 - Bogenschießen

Beim Spannen des Bogens wird Spannarbeit ***verrichtet***. Dann ***hat*** der Bogen Spannenergie (1). Wenn die Sehne ausgelassen wird, dann ***verrichtet*** der Bogen Beschleunigungsarbeit. Die Bewegungsenergie (kinetische Energie) des Pfeils nimmt zu bis der Bogen vollkommen entspannt ist. Dann ***hat*** der Pfeil die höchste Bewegungsenergie(2).

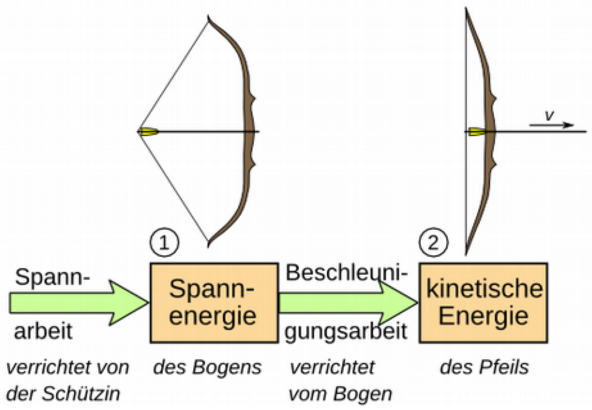


Fig. 5.7 Energieumwandlungskette beim Bogenschießen

Fig. 5.8 Ramme

Beispiel 5.2 - Ramme

Eine Ramme ist ein Gerät um Pfähle in den Boden zu schlagen. Die Maschine verrichtet Hubarbeit um den Hammer zu heben. Dieser hat dann Höhenenergie (1). Der Hammer wird dann ausgelassen und fällt. Unmittelbar bevor er den Pfahl berührt hat er die größte Bewegungsenergie (2). Damit wird die Reibungsarbeit verrichtet, welche notwendig ist um den Pfahl einzuschlagen. Es erhöht sich dann die innere Energie des Pfahls und des Bodens.(3).

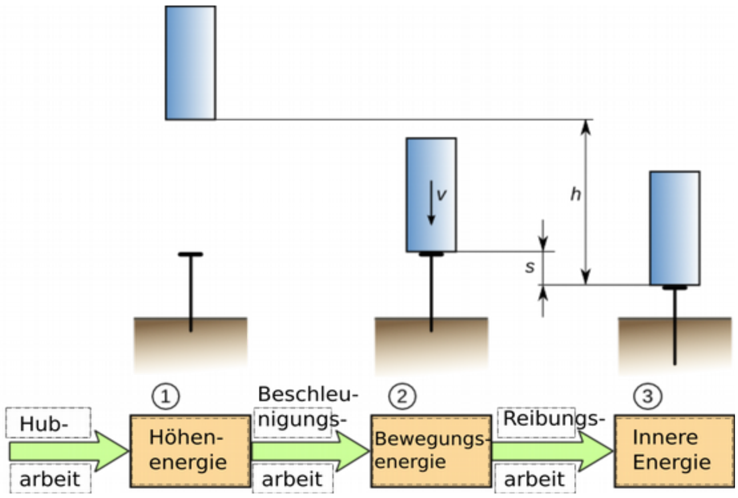


Fig. 5.9 Energieumwandlungskette bei der Ramme

Beispiel 5.3 - Gabelstapler

Der Gabelstapler hebt die Last mit Hilfe elektrischer oder chemischer Energie, welche den Motor antreibt. Es wird Hubarbeit verrichtet, wodurch die Höhenenergie der Last zunimmt.

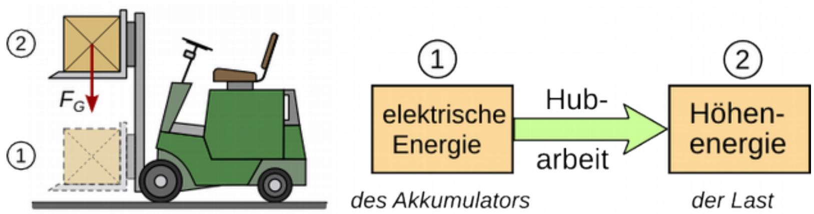


Fig. 5.10 Energieumwandlungskette beim Gabelstapler

5.4 Messen der Arbeit

Das Beispiel von Seite 56 zeigt, dass immer wenn Arbeit verrichtet wird auch eine Kraft wirken muss.

Es ist leicht einzusehen, dass die die körperliche Anstrengung und somit auch die Arbeit um so größer ist, je größer die erforderliche Kraft ist. Ebenso ist es einsichtig, dass die Arbeit bei gleicher Kraft mit dem zurückgelegten Weg zunimmt.

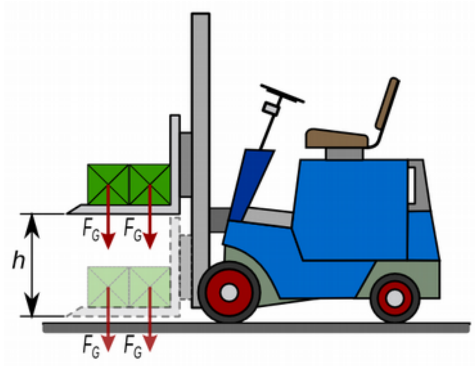


Fig. 5.11

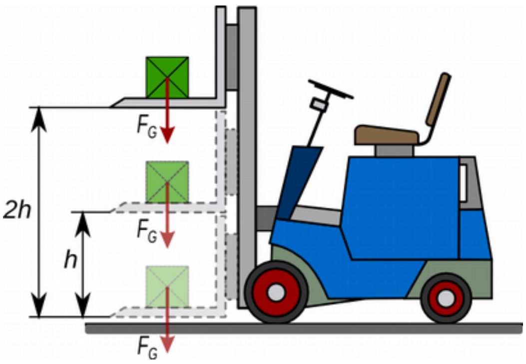


Fig. 5.12

In Fig. 5.11 hebt der Gabelstapler zwei Pakete auf eine Höhe *h*. Die dafür erforderliche Kraft beträgt $2\,F_G$, das heißt zwei mal die Gewichtskraft eines Pakets. In Fig. 5.12 hebt der Gabelstapler ein Paket auf eine Höhe *2h*. Es ist einsichtig, dass die verrichtete Arbeit gleich groß ist, wie in Fig. 5.11.

Man erhält: $2\,F_G\cdot h = F_G\cdot 2h = 2\cdot F_G\cdot h$

Es zeigt sich, dass das Produkt aus der Kraft und der Länge des Weges, entlang welchem die Kraft wirkt ein geeignetes Maß für die Arbeit darstellt.

Als Formelzeichen für die Arbeit verwendet man den Buchstaben ***W*** (englisch: work). Es ist also: $\boxed{\boldsymbol{W = F\cdot s}}$

Beachte, dass die Formel nur dann gilt, wenn die Kraft entlang des gesamten Weges ***konstant*** ist und Kraft und Weg die ***gleiche Richtung*** haben.

Die Maßeinheit der ***Arbeit*** ist ***[W] = 1N · 1m = 1Nm = 1 J*** (Joule)

Das Joule ist nach dem englischen Physiker J.P. Joule ([36]) benannt.

Beispiel 5.4

Die Masse eines Pakets in Fig. 5.11 beträgt 25 kg und die Höhenzunahme *h* = 1,1 m.
Wie groß ist die erforderliche Arbeit um das Paket zu heben?

Lösung

$m = 25\,kg$ → $F_G = m\cdot g = 25\,kg\cdot 9{,}81\,kg/N = 245{,}3\,N$

$h = 1{,}1\,m$ $W_L = 2\cdot F_G\cdot h = 2\cdot 245{,}3\,N\cdot 1{,}1\,m = 540\,Nm = 540\,J$

Antwort: Die erforderliche Hubarbeit beträgt 540 *J*

36 ***James Prescott Joule*** (1818-1898) erforschte die Eigenschaften der Wärme und entdeckte deren Zusammenhang mit mechanischer Arbeit. Das führte zum Gesetz über die Erhaltung der Energie. ER entdeckte auch den Zusammenhang zwischen dem elektrischen Strom durch einen Widerstand und die dabei entstehende Wärme.

5.5 Messen der Energie

Immer wenn Arbeit verrichtet wird, wird Energie umgewandelt oder übertragen.

So verrichtet z.B. der Galbelstapler von Fig. 5.11 Hubarbeit und überträgt dabei die Energie aus seinem Akkumulator auf die Pakete, deren Höhenenergie zunimmt. Der Wert der verrichteten Hubarbeit ist gleich der Zunahme des Wertes der Höhenenergie.

Die Maßeinheit der Energie ist da Joule ***J*** gleich wie die Maßeinheit der Arbeit.

Für die Arbeit von Fig. 5.11 gilt: $W_H = \Delta E_H = 540\,J$

Die Hubarbeit, welche der Gabelstapler verrichtet, erhöht die Höhenenergie um 540 J.

Es wurde bereits in Par. 5.2 bemerkt, dass die Höhenenergie stets gegenüber einer bestimmten Nullebene definiert werden muss. Normalerweise nimmt man als Nullebene das niedrigste Ebene, welche im Verlauf des gesamten betrachteten Vorgangs erreicht wird.

So wird zum Beispiel für das Pendel von Fig. 5.13, die Höhenenergie im niedrigsten Punkt der Bewegung (2) gleich Null gesetzt.

Um aus der Position (2) die Position (1) oder (3) zu erreichen, muss Hubarbeit verrichtet werden

$$W_H = F_G \cdot h = E_{H1}$$

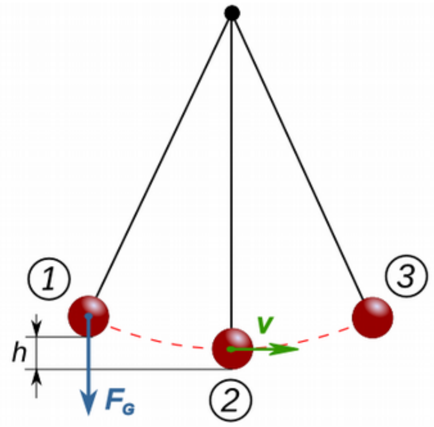


Fig. 5.13 Pendel

Fig. 5.14 zeigt die Energieumwandlungskette des Pendels.

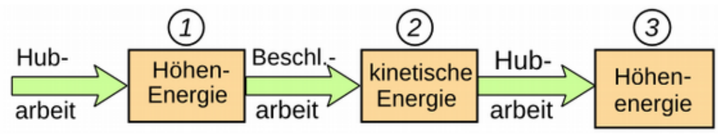


Fig. 5.14 Energieumwandlungskette des Pendels

Wenn die Bewegung reibungsfrei ablaufen würde, dann wäre die Höhenenergie in (1) gleich der Bewegungsenergie (2) und der Höhenenergie (3). $E_{N1} = E_{K2} = E_{N3}$

Beispiel 5.5 - Federpistole

Fig. 5.16 zeigt die Energieumwandlungskette einer Federpistole ohne Reibung. Die Masse des Geschosses ist gleich 25 g. Nach dem Abschuss erreicht es eine Höhe von 2,9 m.
Wie groß muss die Spannenergie der Pistole mindestens sein?

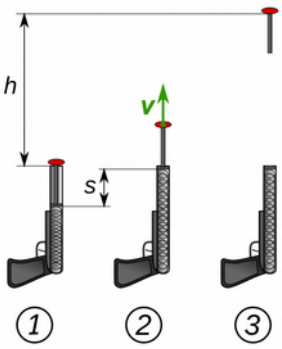


Fig. 5.15: Federpistole

Lösung $h = 2{,}9\,m$

$$m = 25\,g \rightarrow F_G = m \cdot g = 0{,}025\,kg \cdot 9{,}81\,kg/N = 0{,}245\,N$$

Wenn alle Vorgänge reibungsfrei ablaufen, dann ist die Spannenergie gleich der Hubarbeit, welche notwendig ist um das Geschoss zu heben.

$$E_S = \Delta E_H = F_G \cdot h = 0{,}245\,N \cdot 2{,}9\,m = 0{,}71\,J$$

Antwort: Die Spannenergie muss mindestens 0,71 *J* betragen.

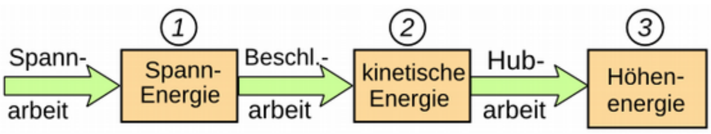


Fig. 5.16 Energieumwandlungskette der Federpistole

5.6 Erhaltung und Entwertung der Energie

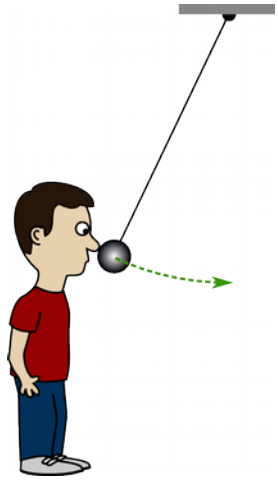


Fig. 5.17

Die Person auf dem Bild in Fig. 5.17 braucht keine Angst zu haben, dass das Pendel nach der ersten Schwingung seine Nase berührt. Es gilt das ***Prinzip von der Erhaltung de Energie.***

In jedem isolierten System ([37]) ist die Gesamtenergie konstant. Energie kann weder vernichtet noch geschaffen werden, sie kann nur umgewandelt oder übertragen werden.

Wenn das Pendel in Fig. 5.17 Ein isoliertes System wäre, d.h. wenn es sich in einem luftleeren Raum bewegen würde und die Aufhängung reibungsfrei wäre, dann würde es nach der ersten Schwingung genau dieselbe Position erreichen, in der es losgelassen wurde.

Praktisch beobachtet man, dass nach jeder Schwingung die erreichte Höhenlage kleiner wird. Nach einer bestimmten Anzahl von Schwingung hört die Bewegung ganz auf und das Pendel kommt in der niedrigsten Position zum Stillstand. Wo ist dann die anfängliche Höhenenergie?

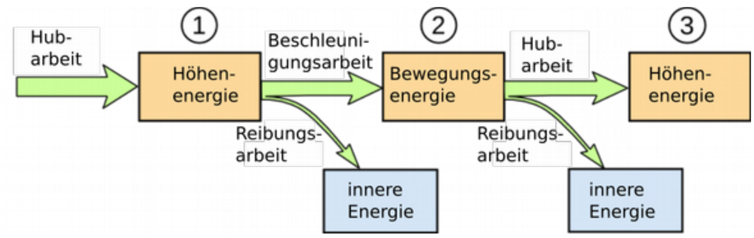


Fig. 5.18: Energieumwandlungskette des Pendels mit Reibung

Die Energieumwandlungskette von Fig. 5.18 zeigt die Situation des Pendels im Vergleich zu Fig. 5.14. Es wird jetzt auch die Reibung in der Aufhängung sowie zwischen Luft und Pendel betrachtet.

Während der Bewegung wird eine Teil der anfänglichen Höhenenergie für Reibungsarbeit benötigt und in innere energie umgewandelt. Die Temperatur der Aufhängung, des Pendels und der umgebenden Luft erhöht sich ein wenig. Die entstandene innere Energie ist jedoch am Ende des Vorgangs nicht nutzbar, die gesamte anfänglich vorhandene Energie liegt nun in unbrauchbarer Form vor, sie ist ***entwertet***.

Die Bilder von Fig. 5.19 zeigen eine elastischen Ball, der auf den Boden fällt und wieder aufspringt.

Man beobachtet, das beim Hochspringen der Ball nicht mehr die ursprüngliche Höhe h_1 von Position (1) erreicht, sondern nur die etwas kleinere Höhe h_5.

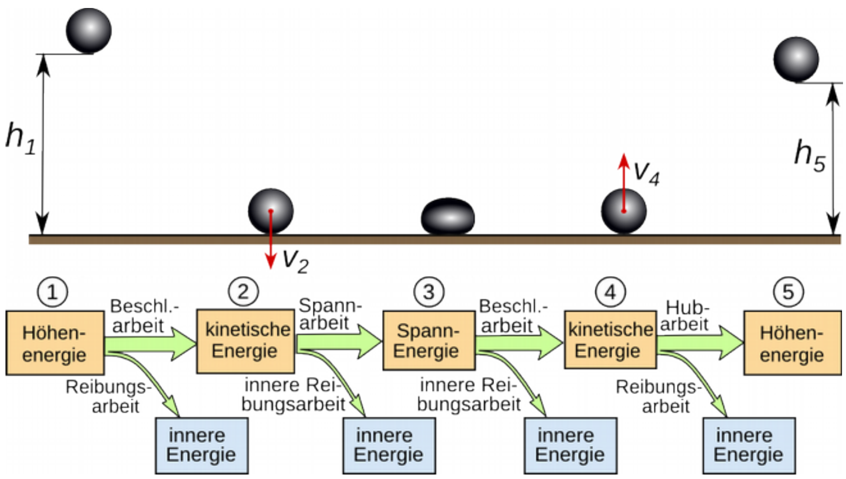


Fig. 5.19

Die Umwandlungskette zeigt, dass bei jeder Umformung ein Teil der anfänglichen Energie in nicht brauchbare innere Energie umgewandelt wird. Deshalb ist die Höhenenergie in (5) kleiner als die anfängliche Höhenenergie in (1). Ein Teil der Energie wurde entwertet.

37 Ein isoliertes System interagiert in keiner Weise mit der Umgebung.

Das, was wir in den letzten Beispielen beobachtet haben, geschieht allgemein. ***Entwertung der Energie*** findet immer statt, wenn Energie umgewandelt wird. Das heißt auch, dass immer, wenn Arbeit verrichtet wird, ein Teil der anfänglichen Energie „verloren geht“, weil sie nur mehr in nicht nutzbarer Form vorliegt.

Es gibt also zwar keinen wirklichen "Verbrauch" von Energie, weil die Gesamtenergie stets erhalten bleibt, aber immer, wenn Energie genutzt wird, wird sie schlussendlich in eine nicht mehr nutzbare Form umgewandelt, sie ***entwertet*** sich.

5.7 Einfache Maschinen

Eine einfache Maschine ist ein Gerät, welches dazu dient, die eingesetzte Kraft möglichst wirksam zur Verrichtung von Arbeit zu nutzen. Meist wird die benötigte Kraft durch die einfache Maschine verringert. Praktisch besteht jede Maschine aus einer Kombination von einfachen Maschinen.

Die elementaren einfachen Maschinen sind die folgenden: ***Seil und Stange, schiefe Ebene, Rolle, Hebel.***

Aus diesen bestehen verschiedene kombinierte einfache Maschinen wie ***Schraube***, ***Keil*** und ***Flaschenzug***.

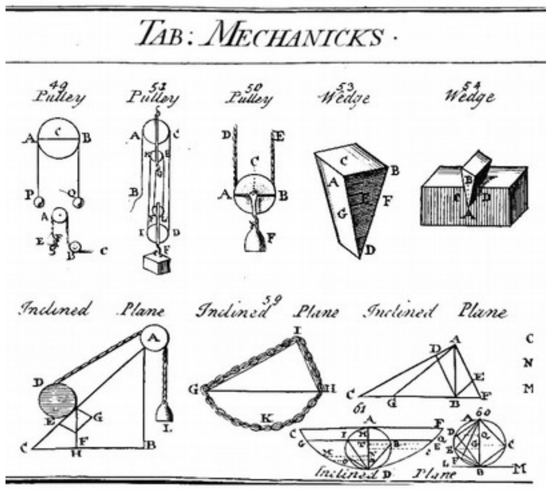


Fig. 5.20: Rolle, Keil und schiefe Ebene in der "Cyclopedia" von Chambers (1728)

In diesem Kapitel werden nur die schiefe Ebene und der einfache Flaschenzug behandelt.

5.7.1 Schiefe Ebene

Wenn man ein schweres Fass auf einen Lastwagen bringen muss, dann hebt man es nach möglichkeit nicht direkt hoch, sondern man verwendet eine Rampe.

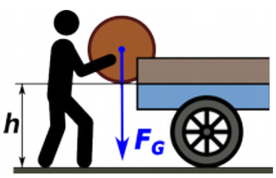


Fig. 5.22

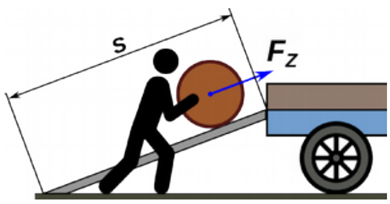


Fig. 5.21

Dadurch wird die benötigte ***Kraft*** kleiner. Was aber geschieht mit der ***Arbeit***?

Versuch 5.1 - Arbeit entlang der schiefen Ebene

Ziel dieses Versuches ist es, die Arbeit zu bestimmen, welche notwendig ist um den Metallzylinder auf die Spitze des Holzblockes zu bringen. Das ist auf verschiedenen Wegen möglich.

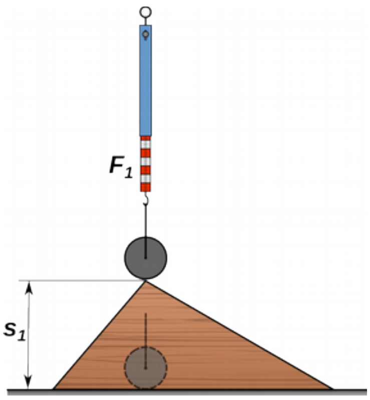


Fig. 5.23 Senkrechtes Heben

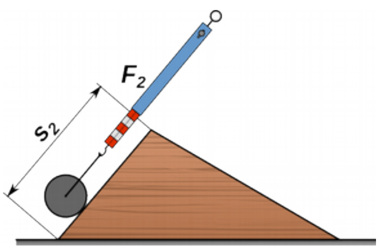


Fig. 5.24 kurze schiefe Ebene

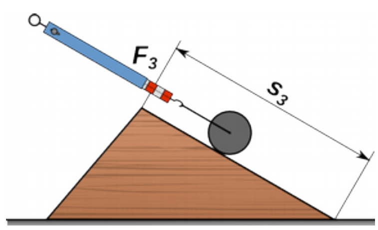


Fig. 5.25 lange schiefe Ebene

1. Senkrechtes Heben
2. Ziehen entlang der kurzen schiefen Ebene
3. Ziehen entlang der langen schiefen Ebene

In allen drei Fällen werden die benötigt Kraft und die Länge des Weges gemessen. Aus diesen Werten kann dann die Arbeit berechnet werden.
Die Ergebnisse sind die folgenden:

		s [cm]	F [N]	W [Ncm]
1	senkrechtes Heben	10,0	2,05	20,5
2	kurze schiefe Ebene	13,2	1,61	21,3
3	lange schiefe Ebene	19,8	1,12	22,2

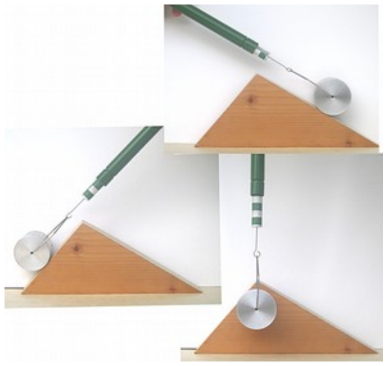


Fig. 5.26

Die Ergebnisse von Versuch 5.1 zeigen, dass die benötigte Kraft auf den schiefen Ebenen deutlich geringer ist, während sich die Arbeit auf den drei Wegen wenig unterscheidet. Allerdings ist die Arbeit auf den schiefen Ebenen ein wenig größer, als die zum direkten Heben. Das ist verständlich, weil entlang der Ebenen die Reibungskraft wirkt und deshalb auch Reibungsarbeit verrichtet werden muss.

Wenn die Bewegung reibungsfrei wäre, dann wäre die Arbeit entlang der drei Wege die selbe, weil dann die gesamte Arbeit genutzt würde um die Höhenenergie des Zylinders zu vergrößern. $W = \Delta E_H$

Bezogen auf die Fig. 5.21 und die Fig. 5.22 erhält man

$$W = F_Z \cdot s \qquad \Delta E_H = F_G \cdot h \qquad \rightarrow \qquad F_Z \cdot s = F_G \cdot h$$

Ohne Reibung ist die Kraft welche notwendig ist um den Körper entlang der schiefen Ebene zu bewegen

$$\boxed{\boldsymbol{F_Z = \frac{F_G \cdot h}{s}}}$$

Beispiel 5.6

Die Masse des Fasses in Fig. 5.27 beträgt 45 kg und die Höhe der Ladefläche ist 1,25 m.
a) Wie viel Arbeit ist nötig um das Fass zu heben?
b) Wie lange muss die Rampe sein, damit das Fass mit einer Kraft von 150 N nach oben gebracht werden kann?

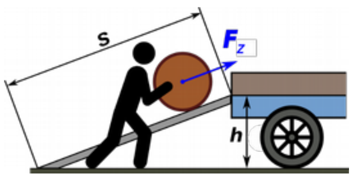


Fig. 5.27

Lösung

$m = 45\ kg \qquad \rightarrow \qquad F_G = m \cdot g = 45 kg \cdot 9{,}81\ N/kg = 441\ N$

$h = 1{,}25\ m$

$F_Z = 150\ N$

a) $\qquad W = F_G \cdot h = 441\ N \cdot 1{,}25\ m = 552\ Nm = 552\ J$

b) $\qquad F_Z \cdot s = F_G \cdot h \quad \rightarrow \quad s = \dfrac{F_G \cdot h}{F_Z} = \dfrac{441\ N \cdot 1{,}25 m}{150 N} = 3{,}7 m$

Antwort: a) Die benötigte Arbeit beträgt 552 J. b) Die Rampe muss 3,7 m lang sein.

5.7.2 Flaschenzug

Ein Flaschenzug ist ein Gerät, welches die Kraft verringert, die notwendig ist um eine Last zu heben. Er besteht aus festen und losen Rollen, die durch ein Seil oder eine Kette in geeigneter Weise verbunden sind.

Die Kraft, welche erforderlich ist, um die losen Rollen zu bewegen, ist gleich der Gesamtkraft, welche auf dieselben wirkt, geteilt durch die Anzahl der Seilstränge, welche die beiden Rollensysteme verbindet.

Dementsprechend muss der Weg, entlang welchem das Seil gezogen werden muss, mit der selben Zahl multipliziert werden. Man erhält die in Bild von Fig. 5.28 angegebenen Werte, welche aber nur dann genau gelten würden, wenn die Rollen gewichtslos und reibungsfrei wären. Dann wäre die Arbeit am Seil gleich groß wie die Zunahme der Höhenenergie der Last!

$$W = F_T \cdot s \qquad \Delta E_N = F_G \cdot h \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{F_T \cdot s = F_G \cdot h}$$

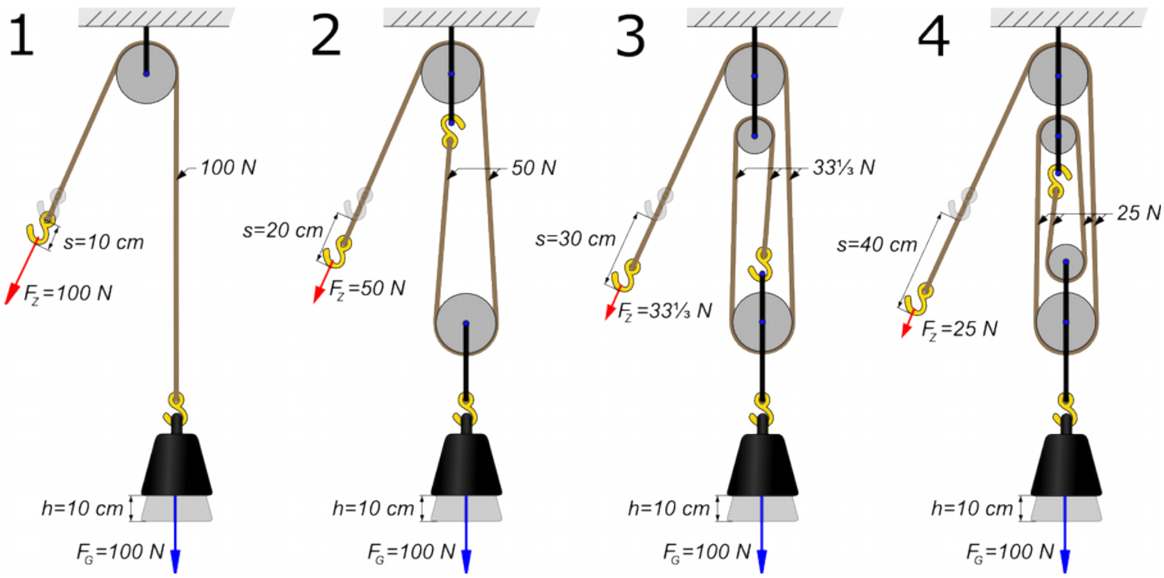


Fig. 5.28: Feste Rolle (1) sowie Flaschenzüge mit zwei (2), drei (3), vier (4) Rollen

Versuch 5.2 - Arbeit am Flaschenzug

In diesem Versuch wird die Arbeit W_Z bestimmt, welche notwendig ist um eine Last mit dem einfachen Flaschenzug von Fig. 5.29 zu heben und mit der Arbeit W_H zum direkten Heben verglichen.

Für $h = 10\,cm \quad \rightarrow \quad s = 20\,cm \qquad W_H = F_G \cdot h \qquad W_Z = F_Z \cdot s$
erhält man die folgenden Ergebnisse:

	m [g]	F_G [N]	W_H [Ncm]	F_Z [N]	W_H [Ncm]
1	50	0,49	4,9	0,26	5,2
2	100	0,98	9,8	0,52	10,4
3	150	1,47	14,7	0,76	15,2

Es zeigt sich, dass die Arbeit bei Verwendung des Flaschenzugs etwas größer ist als die reine Hubarbeit an der Last. Das war zu erwarten. da die Rollen ein Eigengewicht haben und das ganze System Reibung aufweist.

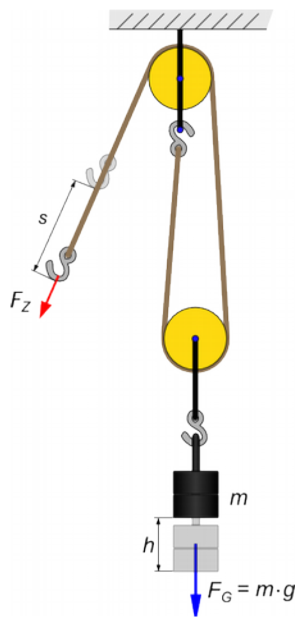


Fig. 5.29: Einfacher Flaschenzug

5.8 Wirkungsgrad

Die Versuche 5.1 und 5.2 haben gezeigt, dass es mit Hilfe einfacher Maschinen mögliich ist die ***Kraft*** zu verringern welche notwendig ist um einen Körper zu heben, die notwendige ***Arbeit*** wird jedoch niemals kleiner.

Im Gegenteil, da die Maschinen ein Eigengewicht haben und Reibung auftritt, muss stets auch nicht genutzte Arbeit verrichtet werden und die Gesamtarbeit vergrößert sich.

Immer wenn Arbeit durch ein Gerät oder eine Maschine verrichtet wird, wird ein Teil der zugeführten Energie in nicht nutzbare Energie umgewandelt und geht somit "verloren".

Die Größe, welche angibt, wie groß der Anteil der zugeführten Energie ist, welcher effekti genutzt wird, nennt man ***Wirkungsgrad***. Das verwendete Formelzeichen ist $\boldsymbol{\eta}$ (eta).

Den Wirkungsgrad berechnet man mit der Formel: $\boxed{\boldsymbol{\eta = \frac{E_N}{E_Z}}}$ $\qquad \eta_{\%} = \frac{E_N}{E_Z} \cdot 100\,\%$

$\boldsymbol{E_N}$ → vom System genutzte Energie

$\boldsymbol{E_Z}$ → dem System zugeführte Energie

Die Formel gilt nicht nur in der Mechanik, sondern für alle Geräte und Vorrichtungen, bei welchen Energie für irgendeinen Zweck eingesetzt wird.

Wenn die Energie mittels Arbeit zugeführt und für Arbeit verwendet wirs, dann gilt die Formel

$$\eta = \frac{W_N}{W_Z}$$

Der Wirkungsgrad ist eine Verhältnisgröße und folglich ohne Maßeinheit. Der Wert liegt stets zwischen 0 und 1 (oder 0% und 100%).

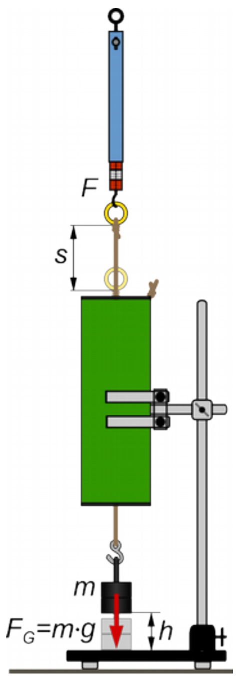
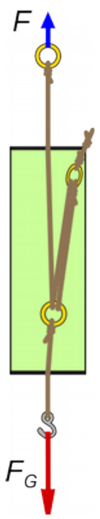


Fig. 5.30

Beispiel 5.7 Wirkungsgrad

Die Schachtel von Fig. 5.30 enthält einen unbekannten einfachen Mechanismus. Um die Last, deren Masse 200 g beträgt, um 10 cm anzuheben muss die Schnur 38 cm mit einer Kraft von 1,05 N gezogen werden.
a) Wie groß ist der Wirkungsgrad des Geräts?
b) Wie könnte der Mechanismus ausschauen?



5.31

Lösung

$m = 200\,g$ → $F_G = m \cdot g = 0{,}2\,kg \cdot 9{,}81\,N/kg = 1{,}96\,N$

$h = 10\,cm = 0{,}1\,m \qquad s = 38\,cm = 0{,}38\,m$

$F = 1{,}05\,N$

genutzte Arbeit $W_N = F_G \cdot h = 1{,}96\,N \cdot 0{,}1\,m = 0{,}196\,Nm$

zugeführte Arbeit $W_Z = F \cdot s = 1{,}05\,N \cdot 0{,}38\,m = 0{,}399\,Nm$

Wirkungsgrad $\eta = \frac{W_N}{W_Z} = \frac{0{,}196\,Nm}{0{,}399\,Nm} = 0{,}49$

Antwort: a) Der Wirkungsgrad beträgt 0,49 oder 49%.
b) Das Bild in Fig. 5.31 zeigt den Aufbau des Geräts. Wegen der großen Reibung des Seils ist der Wirkungsgrad so gering.

5.9 Perpetuum mobile

Viele Radfahrer haben schon von einem Fahrrad geträumt, das so funktioniert wie jenes im Bild von Fig. 5.32. Nach kurzem Antreten erzeugt der Dynamo D, der über das Rad angetrieben wird, ausreichend Energie um den Motor M anzutreiben, welcher das Fahrrad vorwärts bewegt. Mit dem Dynamo werden zusätzlich auch die Lampen L_1 und L_2 betrieben.

So ein Fahrrad wäre ein ***Perpetuum mobile*** und es wird leider ein Wunschtraum bleiben.

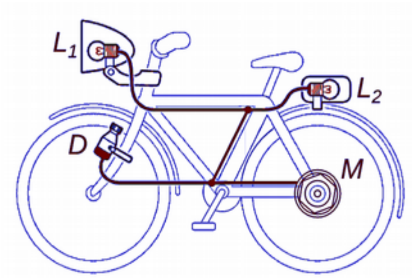


Fig. 5.32

Auch in der Vergangenheit haben viele Menschen versucht Vorrichtungen zu erfinden welche in der Lage sind anstrengende Arbeiten "von selbst" zu verrichten. Vor Beginn der Industrialisierung wurden solche Arbeiten meist von Menschen oder Tieren verrichtet, da Wind- und Wasserkraft nicht überall zu Verfügung standen. Es ist deshalb nicht verwunderlich, dass viele versuchten eine Maschine zu erfinden, welche ohne Energiezufuhr funktioniert.

Ein Beispiel zeigt das Bild in Fig. 5.33. Das Wasser aus dem oberen Becken treibt das Wasserrad rechts im Bild an. Auf dessen Welle befindet sich eine Schnecke, welche über ein Zahnradgetriebe eine Pumpe antreibt, die das Wasser wieder nach oben pumpt. Gleichzeitig treibt die Welle des Wasserrades auch die beiden Schleifscheiben links im Bild an.

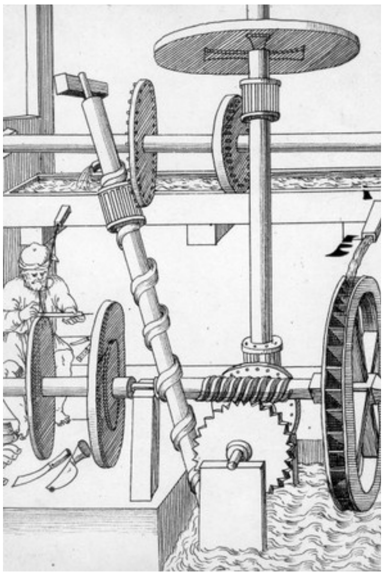


Fig. 5.33: Perpetuum Mobile treibt die Schleifscheibe

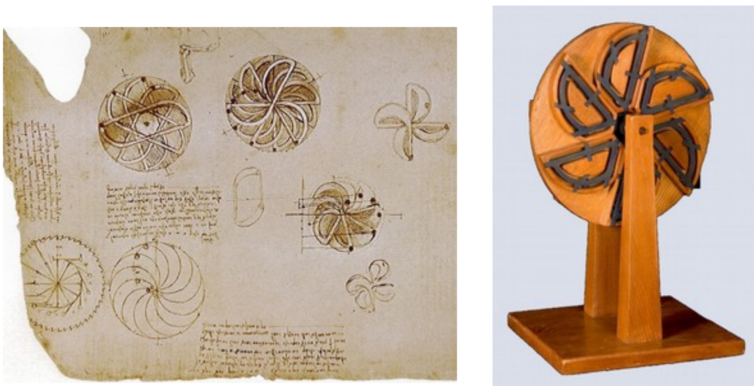


Fig. 5.34: Zeichnungen von Leonardo da Vinci und Modell

Auch Leonardo da Vinci ([38]) beschäftigte sich mit dem Bau von *Perpetuum mobiles*.

Im Jahre1775 hat die französische Akademie der Wissenschaften beschlossen, keine Projekte für ein *Perpetuum mobile* mehr zu überprüfen, weil die Wissenschaftler überzeugt waren, dass ein solches Gerät nicht realisierbar ist. Jedoch erst in der Mitte des 19. Jahrhunderts war man allgemein von der Unmöglichkeit ein *Perpetuum mobile* zu realisieren überzeugt, da man erst zu dieser Zeit den Begriff der Energie sowie deren Erhaltung und Entwertung geklärt hatte.

Heute sind die allermeisten gebildeten Menschen davon überzeugt, dass wegen der unvermeidlichen Reibung bei jedem Prozess ein Teil der Energie in nicht nutzbare Form umgewandelt wird und sich die nutzbare Energie dabei verringert.

38 ***Leonardo da Vinci*** (1452-1519) war ein italienischer Maler, Bildhauer, Erfinder, Architekt, Anatomiker, Botaniker, Musiker, Schriftsteller, Ingenieur und Wissenschaftler der Hochrenaissance.

5.10 Reibung

Wenn ein Körper mit einem anderen Körper in Kontakt ist und sich gegenüber diesem bewegt, dann tritt Reibung auf. Die Reibungskraft wirkt dann der Bewegung entgegen.

*Versuch 5.3 - **Reibungskraft***

In diesem Versuch wird die Kraft gemessen, welche notwendig ist um einen Holzklotz in Bewegung zu setzen und die Kraft um ihn mit konstanter Geschwindigkeit über die folgenden Oberflächen zu ziehen: glattes Papier, Holzfaserplatte, Schmirgelpapier. Bei jeder Messreihe wird der Holzklotz mit verschiedene Gewichten beladen.

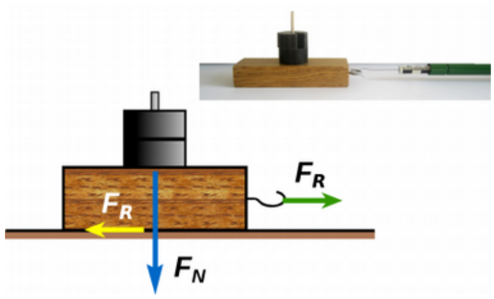


Fig. 5.35

Die Ergebnisse sind in der folgenden Tabelle zusammengefasst, wobei die Formelzeichen folgende Bedeutung haben.

F_N → ***Normalkraft***, das ist die Kraft, welche den Körper auf die Berührungsfläche drückt und senkrecht dazu wirkt. Wenn die Fläche waagrecht ist, dann ist die Normalkraft gleich der Gewichtskraft. $F_N = F_G$

F_{RH} → Haftreibungskraft, sie muss aufgebracht werden um den Körper in Bewegung zu setzen.

F_{RG} → Gleitreibungskraft, sie muss aufgebracht werden um den gleitenden Körper in Bewegung zu halten.

m [g]	F_N[N]	Glattes Papier		Faserplatte		Schmirgelpap.	
		F_{RH}[N]	F_{RG}[N]	F_{RH}[N]	F_{RG}[N]	F_{RH}[N]	F_{RG}[N]
60	0,49	~0,12	0,10	~0,18	0,16	~0,4	0,35
110	1,08	~0,25	0,16	~0,33	0,28	~0,9	0,70
160	1,57	~0,35	0,24	~0,55	0,37	~1,1	1,00
210	2,06	~0,45	0,32	~0,70	0,49	~1,4	1,30

Beim Versuch stellt man fest, dass es fast nicht möglich ist, die Kraft welche notwendig ist, den Körper in Bewegung zu setzen, die sogenannte ***Haftreibungskraft***, zuverlässig zu messen. In jedem Fall ist sie aber größer als die Kraft welche man braucht um den Körper in Bewegung zu halten (***Gleitreibungskraft***).

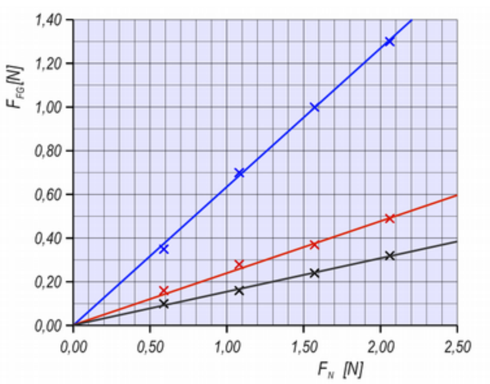


Fig. 5.36

Die Ursache liegt darin, dass die Oberflächen nie vollständig glatt sind. Im Mikroskop betrachtet sieht man, dass stets ein wenig ineinander verzahnt sind (siehe Fig. 5.37). Um sie gegen einander zu bewegen muss diese Verzahnung überwunden werden, weshalb die Kraft beim am Anfang etwas größer ist.

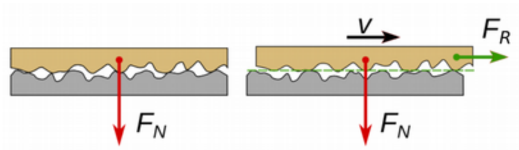


Fig. 5.37

Aus dem Diagramm von Fig. 5.36 ergibt sich, dass die Normalkraft und die Gleitreibungskraft proportional sind. $\boldsymbol{F_{FG} \propto F_N} \rightarrow \boldsymbol{\frac{F_{FG}}{F_N} = konst}$

5.10.1 Reibungszahl

Die Konstante aus den Messreihen von Versuch 5.3 ist ein typischer Wert für jedes Paar von Reibungsflächen. Sie heißt ***Reibungszahl*** und man verwendet dafür das Formelzeichen $\boldsymbol{\mu}$ (mü).

$$\boldsymbol{\mu = \frac{F_F}{F_N}}$$

Für die Reibungskraft ergibt sich $\boldsymbol{F_F = \mu \cdot F_N}$

Aus den letzten Messpunkten von Versuch 5.3, welche nahe an der Ausgleichsgeraden liegen erhält man für die Gleitreibungszahl des Holzblocks:

auf glattem Papier $\mu = \frac{0{,}32\,N}{2{,}06\,N} = 0{,}16$

auf Holzfaserplatte $\mu = \frac{0{,}46\,N}{2{,}06\,N} = 0{,}22$

auf Schmirgelpapier $\mu = \frac{1{,}3\,N}{2{,}06\,N} = 0{,}63$

Reibungszahl zwischen verschiedenen Oberflächen		
Oberfläche	*maximale* μ_H	*mittlere* μ_G
Stahl auf Stahl	0,15	0,06
Stahl auf Eis	0,03	0,01
Ski auf Schnee	0,10	0,05
Holz auf Holz	0,40	0,25
Holz auf Stein	0,70	0,30
Gummi auf Asphalt		
trocken	0,90	0,50
nass	0,40	0,30
vereist	0,20	0,05

Tab. 5.3

Einige Werte für die Haft- und die Gleitreibungszahl sind in Tab. 5.3 zusammengefasst.

5.10.2 Reibungsarbeit

Für die Reibungsarbeit gilt $\boldsymbol{W_R = F_R \cdot s = \mu \cdot F_N \cdot s}$

Beispiel 5.8 Reibungsarbeit

Bei einem Langlaufrennen legt ein Skifahrer, dessen gesamte Masse 86 kg beträgt, auf einer ebenen Strecke 20 Kilometer zurück.
a) Wie viel Reibungsarbeit verrichtet er?
b) Vergleiche den errechneten Wert mit dem Energiegehalt von 100 *g* Milchschokolade!

Lösung

$$s = 20\,km = 20000\,m$$

$$m = 85\,kg \quad \rightarrow \quad F_G = F_N = m \cdot g = 86\,kg \cdot 9{,}81\,N/kg = 844\,N$$

Aus Tab. 5.1 erhält man für die Gleitreibungszahl von Ski auf Schnee $\mu_G = 0{,}05$

$$F_R = \mu_D \cdot R_N = 0{,}05 \cdot 844\,N = 42\,N \quad \rightarrow \quad W_R = F_R \cdot s = 844000\,J = 844\,kJ$$

Antwort:

a) Die Reibungsarbeit beträgt 844 *kJ*.
b) Der Energiegehalt von100 g Milchschokolade ist ca. 2400 *kJ*. Ein Langläufer verrichtet während seiner Fahrt jedoch nicht nur Reibungsarbeit, sondern auch Hubarbeit, da er bei jedem Schritt die Masse seines Körpers etwas anheben muss. Deshalb benötigt er sicher die gesamte Energie der Schokolade.

5.11 Spannarbeit und Spannenergie

Um einen Körper zu verformen muss Arbeit verrichtet werden. Wenn der Körper elastisch ist, erhöht sich durch die Verformung die Spannenergie. Für einen vollkommen elastischen Körper gilt: $\Delta E_S = W_S$

Wenn man die Spannarbeit berechnet, muss man beachten, dass die Kraft nicht konstant ist. Wenn man zum Beispiel die Stahfeder von Fig. 5.38 dehnt, dann nimmt die Kraft vom Anfangswert (Null, wenn die Feder zu Beginn vollkommen entspannt ist) bis zum Endwert zu. (siehe Fig. 5.39)

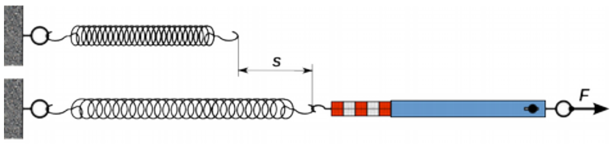


Fig. 5.38

Für die Berechnung der Spannarbeit muss man die mittlere Kraft $\overline{F}$ einsetzen die während der Arbeit aufgewendet wurde. $\Delta E_E = W_E = \overline{F} \cdot s$

Für eine Feder, welche zu Beginn vollkommen entspannt ist dann um s gedehnt wird erhält man: Anfangskraft $F_A = 0$ Endkraft $F_E = D \cdot s$, wobei D die Federkonstante ist.

$$\overline{F} = \frac{F_A + F_E}{2} = \frac{D \cdot s}{2} \quad \rightarrow \quad W_S = \Delta E_S = \frac{D \cdot s^2}{2}$$

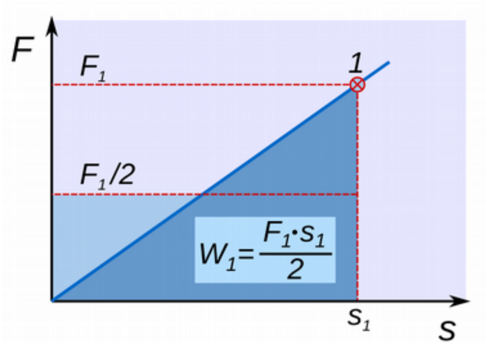


Fig. 5.39

Beispiel 5.9 - Bogenschießen nach oben

Der Bogen von Fig. 5.40 wird 48 cm gespannt. Während des Spannens erreicht die Kraft den Höchstwert von120 N. Die Masse des Pfeils beträgt 30 g. Welche Höhe kann der Pfeil maximal erreichen?

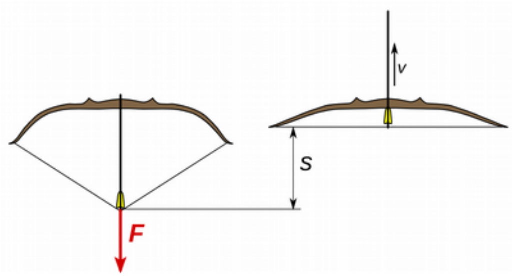


Fig. 5.40: Bogen schießt nach oben

Lösung

$s = 48\ cm$ $\quad m = 30\ g \quad \rightarrow \quad F_G = m \cdot g = 0{,}03\,kg \cdot 9{,}81\,N/kg = 0{,}294\,N$

$F_A = 0\,N \quad F_E = 120\,N \qquad \overline{F} = \frac{F_A + F_E}{2} = \frac{120\,N}{2} = 60\,N$

Spannarbeit $W_S = \overline{F} \cdot s = 60\,N \cdot 0{,}48\,m = 28{,}8\,J \qquad h = \frac{W_S}{F_G} = 28{,}8 \frac{J}{0{,}294}N = 98\,m$

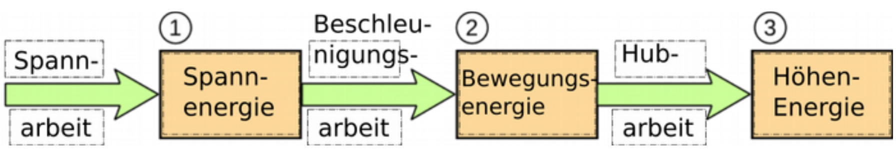


Fig. 5.41: Energieumwandlungskette des Bogenschießens nach oben

Antwort:

Wenn die gesamte Spannenergie des Bogens für das Heben des Pfeils genutzt würde, dann würde er eine Höhe von 98 m erreichen. Wegen der Reibung wäre die praktisch erreichbare Höhe geringer.

5.12 Leistung

Die ***Leistung*** gibt an, mit welcher Geschwindigkeit eine bestimmte Arbeit verrichtet bzw. eine bestimmte Energiemenge übertragen wird. Je geringer die Zeit dafür ist, desto größer ist die Leistung.

So ist zum Beispiel die Arbeit welche notwendig ist um eine Last in eine bestimmte Höhe unabhängig davon ob das schnell oder langsam geschieht. Die erforderliche Leistung ist jedoch um so größer, je schneller die Arbeit verrichtet wird. Wenn mehr Leistung zur Verfügung steht, dann wird dieselbe Arbeit in weniger Zeit verrichtet.

Als Formelzeichen für die Leistung verwendet man $\boldsymbol{P}$.

Wenn die Arbeit $\boldsymbol{W}$ in der Zeit $\boldsymbol{t}$ verrichtet wird, dann ist die ***mittlere Leistung***:

$$\boldsymbol{P = \frac{W}{t} = \frac{\Delta E}{t}} \qquad \text{mit der Maßeinheit} \qquad [P] = \frac{1\mathrm{J}}{1\mathrm{s}} = \frac{1\mathrm{Nm}}{1\mathrm{s}} = 1\mathrm{W} \quad \text{(Watt)}$$

Das ***Watt*** ist nach James Watt ([39]) benannt.

Die Leistung von einem Watt ist relativ gering und entspricht in etwa der Leistung des menschlichen Herzen. Eine konventionelle Glühlampe hat eine Leistung von 50 - 100 W, Heizgeräte haben Leistungen von bis zu einigen Kilowatt. Die Dauerleistung des Menschen beträgt etwa 80 W und die eines PKW liegt im Mittel bei etwa 90 kW.

einige Werte der Leistung	
Mensch Dauerleistung maximale Leistung	 80 W 1400 W
Küchenmixer	250 W
Bohrmaschine	500 W
Elektroherd	2 kW
Lastkraftwagen	320 kW
Lokomotive	5,5 MW
Wärmekraftwerk	1,2 GW

Tab. 5.4

Beispiel 5.10 - Bergsteigen

Beim Anstieg auf einen Berg überwindet eine durchschnittlich trainierte Person in einer Stunde einen Höhenunterschied von etwa 300 m.
Wie groß muss die mittlere Leistung für das Verrichten der Hubarbeit sein, wenn die Masse der Person 70 kg beträgt?

Lösung

$m = 70\,kg \quad \rightarrow \quad F_G = m \cdot g = 70\,kg \cdot 9{,}81\,N/kg = 687\,N$

$h = 300\,m \quad t = 1\,h = 3600\,s$ Hubarbeit $W_H = F_G \cdot h = 687\,N \cdot 300\,m = 206\,kJ$

mittlere Leistung $P = \dfrac{W_H}{t} = \dfrac{206000\,J}{3600\,s} = 57\,W$

Antwort

Die Leistung für das Verrichten der Hubarbeit beträgt 57 W.
Die gesamte Leistung ist deutlich größer, besonders wegen der dem Gehen eigenen Verluste. Bei jedem Schritt müssen Füße und Beine etwas mehr angehoben werden als um den Höhenunterschied des Weges. Deshalb wird stets auch nicht genutzte Arbeit verrichtet, wodurch die Leistung auf den bereits erwähnten Wert von 80 W ansteigt,

39 ***James Watt*** (1736-1819) war ein schottischer Ingenieur und Erfinder. Seine wichtigste Erfindung war die Verbesserung des Arbeitsprozesses der Dampfmaschine, durch welche deren Wirkungsgrad deutlich verbessert wurde.

5.12.1 Fahrleistung

Wenn ein Fahrzeug sich bewegt, dann muss es eine Kraft aufbringen umden gesamten Fahrwiderstand zu überwinden.

Wenn die gesamte Widerstandskraft F ist, der Weg die Länge s hat und in der Zeit t zurück gelegt wird, dann ist die ***mittlere Leistung*** auf der Fahrt

$$P = \frac{W}{t} = \frac{F \cdot s}{t} = F \cdot \frac{s}{t} = F \cdot \bar{v}$$ wobei $\bar{v}$ die mittlere Geschwindigkeit ist.

Wenn man in der obigen Formel die Momentangeschwindigkeit v einsetzt, erhält man mit $\boldsymbol{P = F \cdot v}$ die ***Momentanleistung*** welche notwendig ist um mit v zu fahren.

Auf ebener Strecke besteht der Fahrwiderstand aus dem Roll- und dem Luftwiderstand.

Man berechnet den Rollwiderstand mit derselben Formel wie die Gleitreibungskraft $F_R = \mu_R \cdot F_N$ wobei μ_R die Rollreibungszahl ist. Für Autoreifen auf Asphalt gilt μ_R =0,007 – 0,017

Den Luftwiderstand berechnet man mit der Formel

$$F_A = \frac{1}{2} \cdot A \cdot \rho_L \cdot C \cdot v^2$$

A → Fläche welche sich gegen die Luft bewegt

ρ_L → Dichte der Luft

C → Luftwiderstandskoeffizient

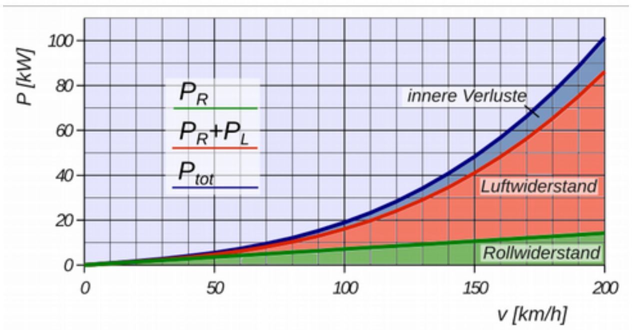


Fig. 5.42: erforderliche Leistung eines Automobils

Das Diagramm in Fig. 5.42 bezieht sich auf einen VW Golf 2.0 TDI und beruht auf folgenden Werten.

m = 1530 kg (mit Fahre und Benzin) A = 2,1 m² ρ_L = 1,29 kg/m³ C = 0,31 μ_R = 0,017

Die inneren Verluste werden mit 15% angenommen.

Das Diagramm von Fig. 5.9 zeigt, dass der Luftwiderstand bis zu einer Geschwindigkeit von 50 km/h nahezu vernachlässigbar ist, während er über 100 km/h einen Großteil des gesamten Fahrwiderstands ausmacht. Um Benzin zu sparen und die Luftverschmutzung zu verringern wäre deshalb ein Tempolimit von 100 km/h durchaus angebracht.

Beispiel 5.11 - Fahrwiderstand

Aus dem Diagramm von Fig. 5.42 ergibt sich, dass bei einer Geschwindigkeit von150 km/h die erforderliche Leistung für die Überwindung der Rollreibung 11 kW und für die Überwindung des Luftwiderstands 31 kW beträgt.

a) Wie groß sind die Rollreibungskraft und die Luftwiderstandskraft?

b) Wie groß ist der Rollreibungskoeffizient, wenn das Auto eine Masse von 1530 kg hat?

Lösung

$m = 1530\,kg$ ➔ $F_G = m \cdot g = 1530\,kg \cdot 9{,}81\,N/kg = 15000\,N = 15\,kN$

$v = 150\,km/h = 41{,}7\,m/s$ $P_R = 11\,kW$ $P_L = 31\,kW$

a)

$$F_R = \frac{P_R}{v} = \frac{11000\,W}{41{,}7\,m/s} = 260\,N \qquad F_L = \frac{P_L}{v} = \frac{31000\,W}{41{,}7\,m/s} = 740\,N$$

b) $$\mu_R = \frac{F_R}{F_N} = \frac{260\,N}{15000\,N} = 0{,}017$$

Antwort

a) Die Rollreibungskraft beträgt 260 N und die Luftwiderstandskraft 740 N.
b) Der Rollreibungskoeffizient beträgt 0,017 .

5.13 Beispiele

Beispiel 5.12 - Pumpe

Die von einer Pumpe aufgenommene elektrische Leistung beträgt 2,5 kW und ihr Wirkungsgrad 0,75. Wie viele Liter Benzin (Dichte 0,8 kg/l) kann sie in einer Minute aus 3,6 m Tiefe herauf pumpen.

Lösung

$P_S = 2500\,W$

$t = 1\,min = 60\,s$ ➔ $E_Z = P_Z \cdot t = 2500\,W \cdot 60\,s = 150000\,J$ zugeführte Energie

$\eta = 0{,}75$ ➔ $E_N = E_N \cdot \eta = 150000\,J \cdot 0{,}75 = 112500\,J$ genutzte Energie

Die Energie wird genutzt um Hubarbeit zu verrichten. $E_N = W_H = m \cdot g \cdot h = V \cdot \rho \cdot g \cdot h$

$$V = \frac{E_N}{\rho \cdot g \cdot h} = \frac{112500\,J}{800\,kg/m^3 \cdot 9{,}81\,N/kg \cdot 3{,}6\,m} = 3{,}98\,m^3 = 3980\,l$$

Antwort: Es können pro Minute 3980 Liter Benzin herauf gepumpt werden.

5.13.1 Aufgaben

1. Bei einem Berglauf beträgt die mittlere Leistung eines gut trainierten Teilnehmers mit 60 kg Masse 350 kW.

   Wie lange braucht er um die Strecke mit einem Höhenunterschied von 820 m zurückzulegen, wenn 70% der Leistung für die Hubarbeit benötigt werden?

2. Beim Spannen einer Federpistole erhöht sich die Spannkraft von anfänglich 18 N bis auf 30 N. Insgesamt wird die Feder 3 cm gespannt. Wenn man ein Geschoss mit der Masse von 8,5 g nach oben schießt, erreicht es eine Höhe von 1,5 m.

   Wie groß ist der Wirkungsgrad der Pistole, wenn die Reibung während der Aufwärtsbewegung nicht berücksichtigt wird?

3. Eine Pumpe, welche eine elektrische Leistung von 5,5 kW aufnimmt, pumpt in einer Minute 1400 Liter Wasser in eine Zisterne in 18 m Höhe.

   Wie groß ist der Wirkungsrad der Pumpe?

Antworten

1. Die benötigte Zeit beträgt 1970 s = 32 min 50 s.
2. Der Wirkungsgrad der Pistole ist 17,4 %
3. Der Wirkungsgrad der Pumpe ist 75 %

6 Elektrischer Stromkreis

6.1 Aufbau und Zweck des elektrischen Stromkreises

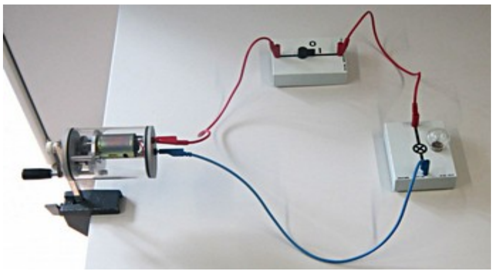


Fig. 6.2: Einfacher elektrischer Stromkreis

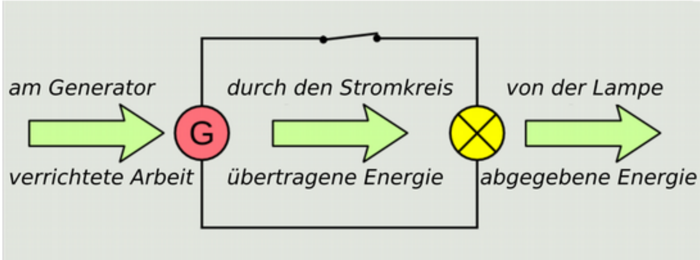


Fig. 6.1: Schema des einfachen elektrischen Stromkreises

Die Fig. 6.2 zeigt einen einfachen elektrischen Stromkreis. Er besteht aus einem Generator. einer Glühlampe, einem Schalter und leitenden Verbindungen zwischen diesen.

Wenn man die Kurbel am Generator dreht und der Schalter geschlossen ist, dann leuchtet die Lampe. Man bemerkt, dass dann eine erhebliche Kraft auf die Kurbel wirken muss und dass folglich beim Kurbeln Arbeit verrichtet wird. Durch diese Arbeit wird die Energie der Elektronen im Generator erhöht und durch die leitende Verbindung auf die Lampe übertragen. Dort wird diese Energie für das Verrichten von innerer Reibungsarbeit im Glühfaden verwendet, wodurch dessen innere Energie zunimmt. Der Glühfaden wird erhitzt und gibt Energie in Form von Wärme und Licht ab. Wenn der Schalter offen ist, dann ist der Weg der Elektronen unterbrochen (Fig. 6.3) und die Lampe leuchtet nicht. In diesem Fall ist es viel leichter die Kurbel am Generator zu drehen.

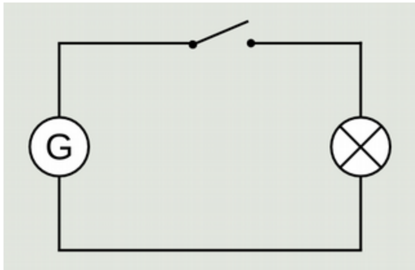


Fig. 6.3: Schalter geöffnet

Einen anderen einfachen elektrischen Stromkreis zeigt Fig. 6.4. Dieser Stromkreis überträgt die Energie, welche am Generator eingespeist wird, auf den Motor, der damit Hubarbeit verrichtet.

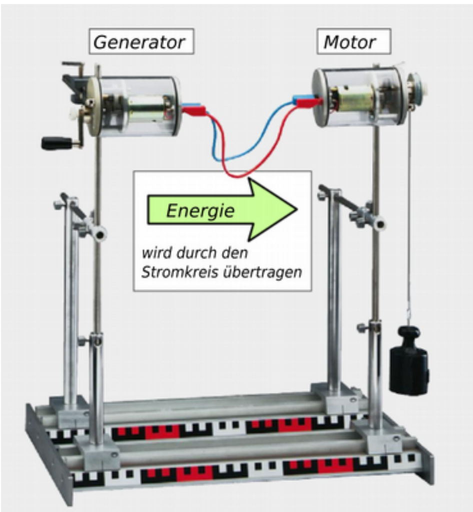


Fig. 6.4 Einfacher elektrischer Stromkreis

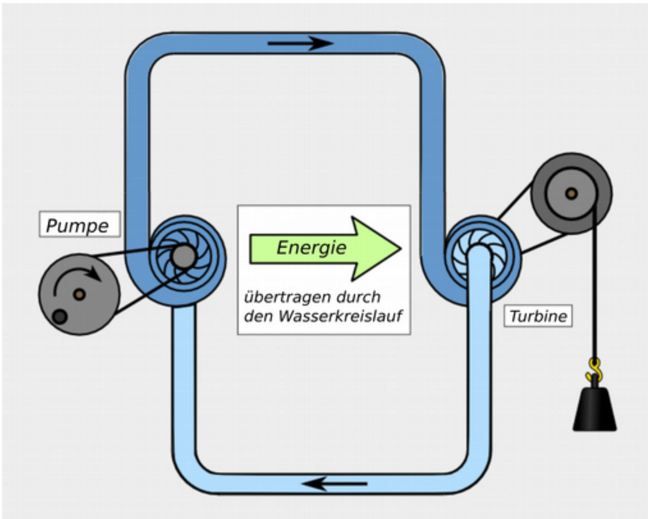


Fig. 6.5 Wassermodell des einfachen elektrischen Stromkreises

In Fig. 6.5 ist ein Wassermodell des elektrischen Stromkreises von Fig. 6.4 dargestellt. Die Arbeit welche an der Pumpe verrichtet wird, erhöht die Energie der Wasserteilchen im oberen Teil des Kreislaufes. Diese Energie wird an der Turbine abgegeben, welche Arbeit verrichten kann.

Ein anderes mechanisches Modell des elektrischen Stromkreises ist in Fig. 6.6 dargestellt. Wenn man in die Pedale tritt, wird Energie auf das Kettenrad übertragen, welche ihrerseits durch die Kette auf das Ritzel am Hinterrad übertragen wird.

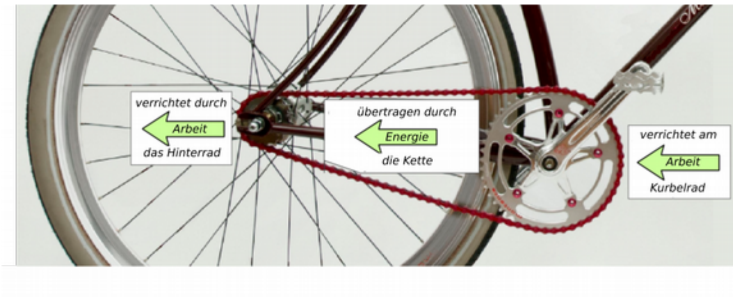


Fig. 6.6 Die Kette dreht sich und überträgt Energie

Zusammenfassend kann man sagen, dass ein ***elektrischer Stromkreis*** ein ***System zur Energieübertragung*** ist.

Er besteht aus:

1. ***Energiequelle*** (stellt die Energie bereit)
2. ***Energieverbraucher*** (nutzt die Energie bzw. wandelt sie um)
3. ***Geschlossener Leiterkreis*** (überträgt die Energie)

6.2 Elektrische Leiter und elektrischer Strom

Der Wasserkreislauf von Fig. 6.5 und das mechanische System von Fig. 6.6 sind geeignet um die Vorgänge im elektrischen Stromkreis zu verstehen.

Im ersten Beispiel (Wasserkreislauf) erfolgt die Energieübertragung durch die Wasserteilchen und im zweiten Beispiel (Fahrradantrieb) durch die Kettenglieder. Im elektrischen Stromkreis wird diese Aufgabe von elektrisch geladenen Teilchen übernommen.

6.2.1 Elektrische Leiter

Jeder Körper enthält elektrische Ladungen ([40]), aber nur wenn einige davon mehr oder weniger frei beweglich sind, dann ist der Körper ein Leiter.

Metalle sind gute Leiter, weil sie viele freie ***Elektronen*** enthalten. Nicht metallische Flüssigkeiten leiten nur, wenn sie ***Ion***en enthalten. man nennt sie dann ***Elektrolyt***en.

Die beweglichen Ladungen sind überall im elektrischen Stromkreis. Sie sind untereinander durch die Elektrischen Kräfte verbunden und bilden einen geschlossenen Kreis. Wenn Energie übertragen wird, dann bewegt sich der gesamte Kreis der Teilchen, ähnlich wie bei einer mechanischen Kette.

Fig. 6.7 zeigt im Modell ([41]) die Situation in einem Stromkreis mit metallischen Leitern.

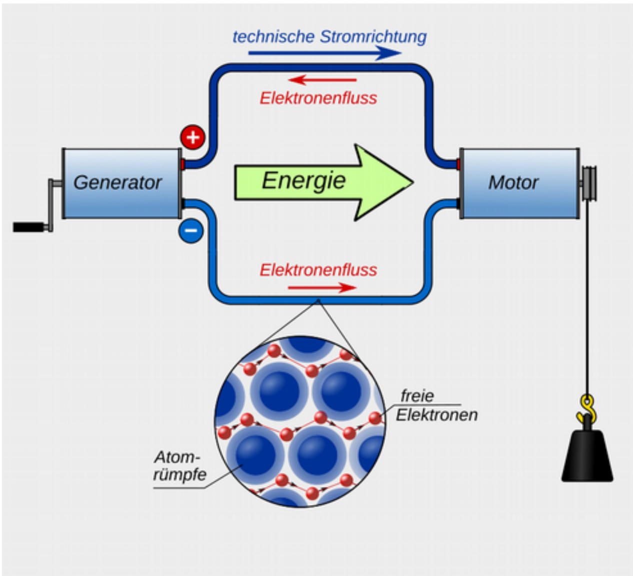


Fig. 6.7: elektrischer Stromkreis mit metallischen Leitern

40 Die Atome, die kleinsten Teilchen der chemischen Elemente, bestehen aus einem positiv geladenen Kern und negativ geladenen Elektronen welche sich im Raum rund um den Kern befinden.

41 Fig. 6.7 ist eine sehr starke Vereinfachung der viel komplexeren realen Situation.

Im Stromkreis von Fig. 6.7 wird die Energie durch die freien Elektronen übertragen welche von der Energiequelle (Generator) in Bewegung gesetzt werden.

Wenn die Elektronen in der Quelle in Bewegung gesetzt werden, dann wird über die elektrischen Kräfte sehr schnell (mit Lichtgeschwindigkeit) die gesamte Elektronenkette davon informiert und setzt sich in Bewegung. Die Elektronen selber bewegen sich dann nur mit einer Geschwindigkeit von etwa einem Zentimeter pro Minute.

6.2.2 Elektrischer Strom und elektrische Ladung

Elektrischer Strom ist die geordnete Bewegung elektrischer Ladungen in einem Leiter.

Je mehr elektrische Ladung in einer bestimmten Zeit durch einen Leiterquerschnitt fließt, desto größer ist die ***Stromstärke I***.

Die Maßeinheit der Stromstärke ist $[I]=1\,A \quad (Ampere)$

Das Ampere ist eine Grundeinheit des Internationalen Einheitensystems und wurde nach dem französischen Physiker A. M. Ampere ([42]) benannt.

Für die Größe der ***elektrischen Ladung*** verwendet man das Formelzeichen ***Q***

Wenn in der Zeit t durch den Leiterquerschnitt eine Ladungsmenge Q fließt, dann beträgt dort die mittlere Stromstärke

$$I=\frac{Q}{t} \quad \rightarrow \quad Q=I\cdot t$$

Für die Maßeinheit der Ladung erhält man $[Q]=1A\cdot 1s=1\,As=1C \quad (Coulomb)$

Das Coulomb wurde nach dem französischen Physiker C. A. de Coulomb([43]) benannt.

Die Ladung aller bis heute beobachteten Elementarteilchen ist ein entweder positives oder negatives Vielfaches der sogenannten ***Elementarladung***. Diese ist eine Grundkonstante der Physik, ihr Wert beträgt $e=1{,}602\,x\,10^{-19}$

Die negative Elementarladung ist gleich der Ladung eines Elektrons.

Als technische Stromrichtung wurde bereits bevor man eine genaue Kenntnis der realen Voränge hatte, die Bewegungsrichtung positiver Ladungen festgelegt, welche vom Plus- zum Minuspol strömen (siehe Fig. 6.7). Bei den meistens als Leiter verwendeten Metallen erfolgt die Energieübertragung jedoch durch freie Elektronen, welche negativ geladen sind und sich vom Minus- zum Pluspol bewegen.

Im Stromkreis von Fig. 6.8 erfolgt die Leitung teilweise in einem Elektrolyten (Salzlösung), in welchem die bewegten Ladungen Ionen und sind.

Die positiven Na^{+} Ionen bewegen sich in technischer Stromrichtung und die negativen Cl^{-} entgegen derselben.

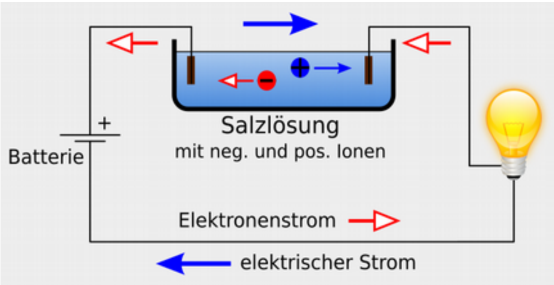


Fig. 6.8 elektrischer Stromkreis mit Elektroyt

42 ***André Marie Ampère*** (1775 - 1836) war Professor für Mathematik und Physik. Als Physiker beschäftigte er sich hauptsächlich mit dem Elektromagnetismus, wo er bahnbrechende Entdeckungen machte.

43 ***Charles Augustin de Coulomb*** (1736 -1806) ein französischer Armeeingenieur und Physiker. Als Wissenschaftler befasste er sich mit Problemen der Reibung, der Elektrizität und des Magnetismus. Bekannt wurde er besonders durch seine Versuche zur Bestimmung der Kraft zwischen elektrischen Ladungen.

Beispiel 6.1 - Maßeinheit Ah – Ladung eines Akkumulators

Fig. 6.9

Die Ladekapazität eines Akkumulators wird üblicherweise in der Maßeinheit ***Amperestunde*** (*Ah*) angegeben. Dadurch kann man leicht berechnen, wie lange ein Akkumulator einen bestimmten Strom liefern kann.

Der Akkumulator von Fig. 6.9 hat eine Ladekapazität von 2450 *mAh*. Eine kleine Glühlampe benötigt im Betrieb einen Strom von 40 *mA*.

a) Wie lange leuchtet die Glühlampe?

b) Wie viele Elektronen fließen durch den Akkumulator, bis er vollständig entladen ist?

Es wird angenommen, dass der Akkumulator während der gesamten Zeit einen konstanten Strom liefert.

Lösung

$Q = 2450\ mAh \qquad I = 40\ mA \qquad e = 1{,}602 \text{ x } 10^{-19}\ C$

a) $Q = I \cdot t \quad \rightarrow \quad t = \frac{Q}{I} = \frac{2450\,mAh}{40\,mA} = 61\,h =$

b) $Q = 2450\,mAh = 2{,}45\,A \cdot 3600\,s = 8820\,C \quad \rightarrow \quad n = \frac{Q}{e} = \frac{8820\,C}{1{,}602 \cdot 10^{-19}\,C} = 5{,}5 \cdot 10^{22}$

Antwort

a) Die Lampe leuchtet 61 Stunden.
b) Vom Akkumulator zur Lampe und zurück fließen 5,5 x 10^{22} Elektronen.

6.2.3 Messung des elektrischen Stroms – Amperemeter

Um die Stromstärke in einem Stromkreis zu messen, benötigt man ein Gerät, welches die Ladungen "zählt", welche durch einen Leiterquerschnitt fließen.

Diese Strommessgeräte nennt man auch ***Amperemeter*** und sie müssen stets in ***Reihe*** zu einem Verbraucher geschaltet werden, so dass der gesamte Strom durch sie hindurch fließt. In Fig. 6.10 zeigt das Amperemeter Null an, weil der Schalter offen ist.

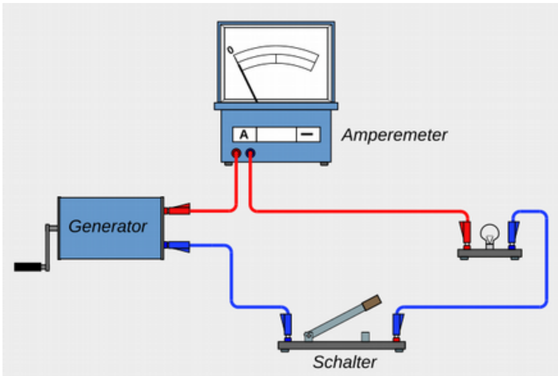


Fig. 6.10: Einfacher Stromkreis mit Amperemeter

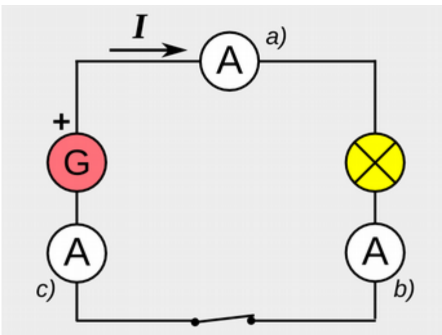


Fig. 6.11: Stromkreis mit Amperemetern

Bei geschlossenem Schalter (siehe Fig. 6.11), wird in den drei Stellen a), b), c) die selbe Stromstärke gemessen.

Praktisch zählen die Strommessgeräte natürlich nicht die Ladungen, sondern sie messen nur die Wirkungen, welche der Strom hervorruft. So wird zum Beispiel in einem Drehspulmessgerät die Spule mit welcher der Zeiger verbunden ist, durch die magnetische Wirkung des Stroms gedreht. ([44])

44 Im zweiten Band wird erklärt, das der elektrische Strom in der Umgebung des Leiters ein Magnetfeld erzeugt. Dieses wirkt auf das Magnetfeld eines Dauermagneten, wodurch ein Drehmoment entsteht.

6.3 Potential – Spannung

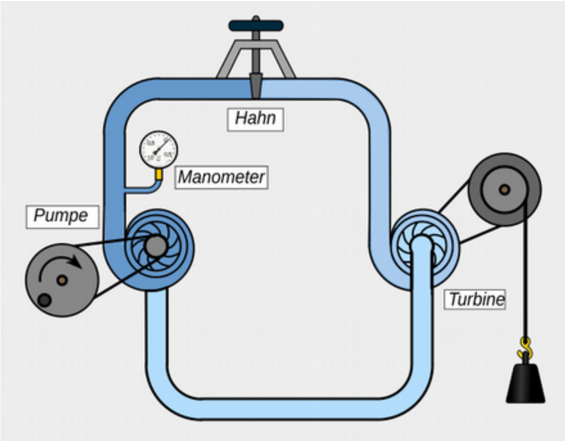


Fig. 6.12: Wasserkreislauf

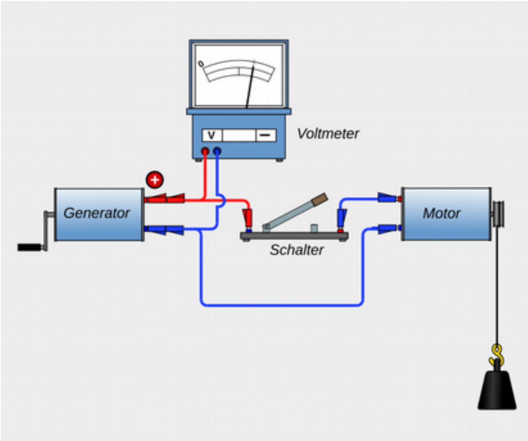


Fig. 6.13: elektrischer Stromkreis mit Voltmeter

Das Bild in Fig. 6.12 zeigt einen Wasserkreislauf mit geschlossenem Hahn. Das Wasser kann nicht zirkulieren und deshalb kann keine Energie übertragen werden. Wenn trotzdem die Pumpe in Betrieb ist, dann erhöht sich der Druck zwischen Pumpe und Hahn.

Erhöhung des Drucks bedeutet, dass die in den Wasserteilchen enthaltene Energie pro Volumeneinheit zunimmt. Die Teilchen sind bereit Energie abzugeben, was aber erst möglich ist, wenn der Hahn geöffnet wird und das Wasser fließt.

In Fig. 6.13 ist analog dazu der elektrische Stromkreis dargestellt. Der Schalter ist geöffnet und die Elektronen können sich nicht durch den Stromkreis bewegen. Wenn man an der Kurbel dreht, dann sind die Elektronen bereit Energie zu transportieren, die Energie pro Ladungseinheit, das sogenannte ***elektrische Potential,*** im roten Teil des Stromkreises wird größer als im blauen Teil.

Potentialdifferenz bedeutet ***Spannung U.*** Die ***elektrische Spannung*** gibt an, wie groß die Potentialdifferenz, d.h. der Unterschied der Energie pro Ladung, zwischen zwei Punkten des Stromkreises ist.

$$U = \frac{\Delta E_{el}}{Q} \quad \rightarrow \quad \Delta E_{el} = U \cdot Q$$

Die Maßeinheit der Spannung ist $$[U] = \frac{1\,J}{1\,C} = 1\,V \quad (Volt)$$

Das Volt ist nach dem italienischen Physiker ***Alessandro Volta***([45]) benannt.

Spannung ist notwendig, damit Strom fließen kann aber es kann auch eine Spannung vorliegen, wenn kein Strom fließt wie in Fig. 6.13.

Spannungsmessgeräte nennt man auch ***Voltmeter.*** Sie messen die Potentialdifferenz zwischen zwei Punkten welche sich vor und nach einer Energiequelle bzw. eines Energieverbrauchers befinden. Deshalb werden Voltmeter stets ***parallel*** zu denselben geschaltet.

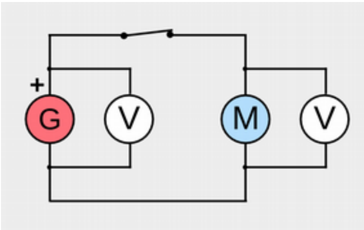


Fig. 6.14: Voltmeter im Stromkreis

45 ***Alessandro Volta*** (1745 – 1827) war ein italienischer Experimentalphysiker. Er entdeckte die Methanvorkommen nahe seiner Heimatstadt Como und führte viele Versuche mit brennbaren Gasen durch. In der Folge beschäftigte er sich mit der Elektrizität und baute im Jahr 1800 die erste funktionierende Batterie.

6.3.1 Spannungsquellen

Um in einem Stromkreis Strom zu erzeugen, braucht es eine Spannungsquelle, welche das Potential der Ladungen erhöht. Dadurch erhalten sie die notwendige Energie um sich durch die Leitungen und den Energieverbraucher zu bewegen.

Die Spannungsquellen können mechanischer, chemischer oder fotovoltaischer Art sein, je nachdem welche Energieform für die Produktion der elektrischen Energie verwendet wurde.

Mechanische Energiequellen sind Generatoren bzw. Dynamos, Batterie und Akkumulator sind chemische Energiequellen und fotovoltaische Energiequellen beziehen die Energieaus der Strahlung insbesondere des Lichts.

Chemische und fotovoltaische Quellen erzeugen eine ***Gleichspannung***, während Generatoren meist eine ***Wechselspannung*** erzeugen.

Wenn mehrere Spannungsquellen in Reihe geschaltet werden, dann ist ihre Gesmtspannung gleich der Summe der Einzelspannungen.

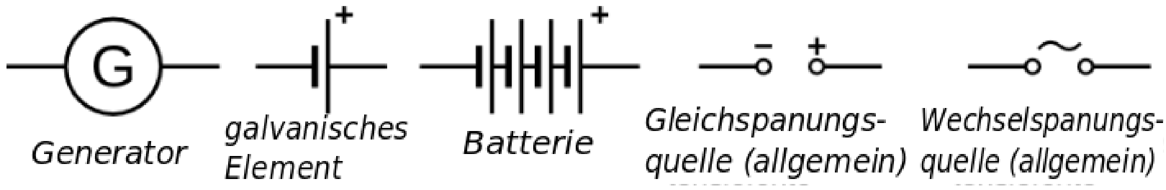


Fig. 6.15: Schema verschiedener Spannungsquellen

6.4 Elektrische Energie und Leistung

In den vorhergehenden Paragraphen sind die elektrische Spannung und Stromstärke definiert worden.

$$U = \frac{\Delta E_{el}}{Q} \qquad I = \frac{Q}{t} \rightarrow Q = I \cdot t \rightarrow U = \frac{\Delta E_{el}}{I \cdot t}$$

Die Energiedifferenz zwischen zwei Messpunkten berechnet man mit der Formel: $\Delta E_{el} = U \cdot I \cdot t$

Wenn in einem der Messpunkte das Potential gleich Null gesetzt wird, dann gilt:

$$\textbf{\textit{elektrische Energie}} \qquad \boldsymbol{E_{el} = U \cdot I \cdot t}$$

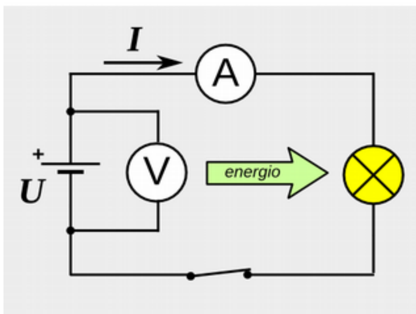


Fig. 6.16: Stromkreis mit Batterie und Lampe

Folglich gilt für die elektrische Leistung:

$$P = \frac{E_{el}}{t} \rightarrow P = \frac{U \cdot I \cdot t}{t} \rightarrow \textbf{\textit{elektrische Leistung}} \quad \boldsymbol{P = U \cdot I}$$

Für die Maßeinheit erhält man :

$$[P] = 1\,V \cdot 1\,A = 1\frac{J}{C} \cdot 1\frac{C}{s} = 1\frac{J}{s} = 1\,W \quad (Watt)$$

Fig. 6.17: Kilowattstundenzähler

6.4.1 Maßeinheit Kilowattstunde

Üblicherweise wird als Maßeinheit für die elektrische Energie die ***Kilowattstunde*** verwendet (Fig. 6.17).

$$E_{el} = P \cdot t \quad \rightarrow \quad \mathbf{1\,kWh = 1000\,W \cdot 1\,h = 1000\,W \cdot 3600\,s = 3600000\,Ws = 3{,}6\,MJ}$$

Beispiel 6.2

Auf einer Glühlampe stehen folgende Angaben: $70W/\ 230V$
a) Wie groß ist die Stromstärke in der Lampe, wenn sie an 230 V angeschlossen wird?
b) Wie viel elektrische Energie benötigt die Lampe in einem Jahr, wenn sie täglich 4 Stunden lang eingeschaltet ist?

Lösung

$P = 70\ W$ $\qquad U = 230\ V$ $\qquad t = 365 \times 4\ h = 1460\ h$

a) $P = U \cdot I \quad \rightarrow \quad I = \frac{P}{U} = \frac{70\,W}{230\,V} = 0{,}30\,A$ $\qquad$ b) $E_{el} = P \cdot t = 0{,}070\,kW \cdot 1460\,h = 102\,kWh$

Antwort

a) Die Stromstärke beträgt 0,30 A.

b) Es werden 102 kWh elektrischer Energie benötigt.

6.5 Elektrischer Widerstand

Der elektrische Widerstand ist eine Eigenschaft der Leiter bzw. der Energieverbraucher. Je größer der Widerstand ist, desto kleiner ist die Stromstärke, die auftritt, wenn sie an eine bestimmte Spannung angeschlossen werden.

Der Widerstand ist eine Art Reibung, welche die Bewegung der Elektronen im Leiter behindert. In metallischen Festkörpern sind die Atome weitgehend fix an ihrem Platz und bilden eine Art Gitter. Zwischen den Atomrümpfen befinden sich stets einige frei bewegliche Elektronen. Während der Bewegung durch das Gitter stoßen die Elektronen an die Atomrümpfe und dadurch entsteht der ***elektrische Widerstand.***

Die Zusammenstöße erhöhen die Schwingungsbewegung der Atomrümpfe und folglich erhöht sich die Temperatur. (siehe Kap.4.2)

Durch die Vergrößerung der Schwingungsamplitude der Atomrümpfe erhöht sich auch die Häufigkeit der Zusammenstöße mit den Leitungselektronen. Deshalb nimmt der Widerstand metallischer Leiter mit der Temperatur zu.

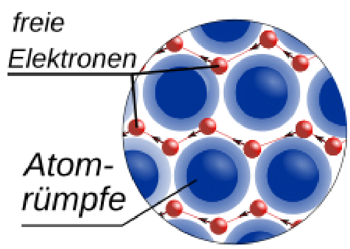


Fig. 6.18: Freie Elektronen bewegen sich im Atomgitter

Formal ist der Widerstand als Quotient zwischen der am Leiter angelegten Spannung und der auftretenden Stromstärke definiert.

Widerstand $\quad \boldsymbol{R = \frac{U}{I}}$ $\qquad$ Die Maßeinheit ist $\quad \boldsymbol{[R] = \frac{1\,V}{1\,A} = 1\Omega \quad (Ohm)}$

Diese Formel nennt man auch ***Ohmsches Gesetz*** nach dem deutschen Physiker ***Georg Simon Ohm.***([46])

Für die Stromstärke erhält man $\quad \boldsymbol{I = \frac{U}{R}}$ $\quad$ und für die Spannung $\quad \boldsymbol{U = R \cdot I}$

Im Allgemeinen muss man beachten, dass der Widerstand von der Temperatur abhängt.

46 ***Georg Simon Ohm*** (1789 – 1854) war ein deutscher Physiklehrer und Experimentalphysiker. Im Jahre 1821 entdeckte er, dass die Stromstärke in einem Leiter proportional der angelegten Spannung ist. Er arbeitete als Professor in Nürnberg und München und betrieb auch Forschungen im Bereich der Akustik.

Beispiel 6.3

Auf einer Glühlampe stehen folgende Angaben: $70 W/ 230 V$
a) Wie groß istder Widerstand der Lampe wenn sie an 230V angeschlossenen wird und dabei voll aufleuchtet?
b) Wenn die selbe Lampe an eine Spannung von 12 V angeschlossen wird, dann fließt ein Strom von 80 *mA* durch die Lampe. Wie groß sind Widerstand und Leistung in dieser Situation?

Lösung

$P_1 = 70\ W$ $\quad U_1 = 230\ V$ $\quad U_2 = 230\ V$ $\quad I_2 = 25\ mA$

a) $P = U \cdot I \quad \rightarrow \quad I_1 = \frac{P_1}{U_1} = \frac{70\ W}{230\ V} = 0{,}30\ A \qquad R_1 = \frac{U_1}{I_1} = \frac{230\ V}{0{,}30\ A} = 756\ \Omega$

b) $R_2 = \frac{U_2}{I_2} = \frac{12\ V}{0{,}080\ A} = 150\ \Omega \qquad P_2 = U_2 \cdot I_2 = 12\ V \cdot 0{,}080\ A = 0{,}96\ W$

Antwort

a) Der Widerstand beträgt $756\ \Omega$.

b) Der Widerstand beträgt nur 150 Ω weil der Glühfaden kalt bleibt . Die Leistung ist 0,96 *W*.

6.5.1 Widerstände

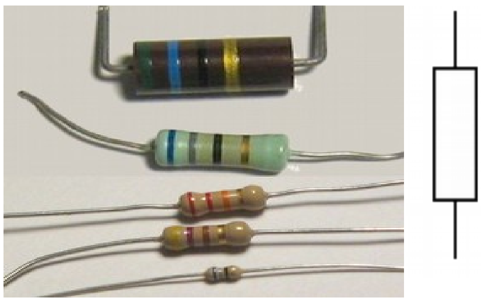


Fig. 6.20: Widerstände

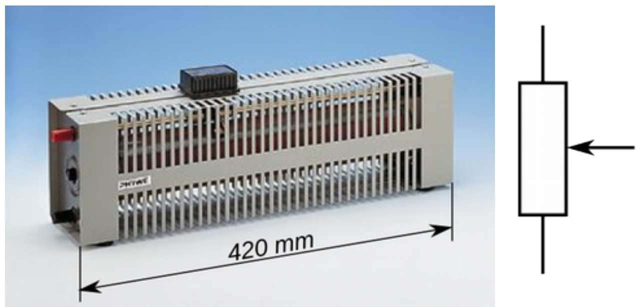


Fig. 6.19: Schiebewiderstand (Rheostat)

Der Begriff Widerstand kennzeichnet auch eine Art von Bauteilen, welche man in vielen elektrischen und elektronischen Schaltungen findet (siehe Fig. 6.20). Sie haben entweder eine festen oder einen veränderbaren Widerstand(*Schiebewiderstand, Drehwiderstand* - siehe *Fig. 6.19 Fig. 6.21*). Letztere nennt man auch *Rheostat* bzw. *Potentiometer*.

Auf den Festwiderständen ist der Betrag des Widerstands durch farbige Ringe angegeben (Fig. 6.20)

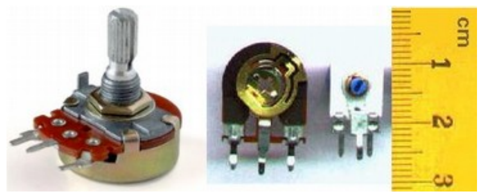


Fig. 6.21: Drehwiderstände

Die maximale Leistung, die ein Widerstand aufnehmen kann liegt zwischen 0,25 W für die ganz kleinen ca 6 mm langen Festwiderstände (Fig. 6.20) und 500 W für eine großen Schiebewiderstand (Fig. 6.19). Wenn die maximale Leistung und der Widerstand bekannt sind, kann man den maximalen Strom berechnen, der durch den Widerstand fließen darf.

$$U = R \cdot I \qquad P = U \cdot I \qquad \rightarrow \qquad P = R \cdot I \cdot I = R \cdot I^2 \qquad \rightarrow \qquad I = \sqrt{\frac{P}{R}}$$

Unterhalb des zulässigen Stromes ist der Wert des Widerstandes nahezu unabhängig von der Temperatur. Bei größeren Strömen riskiert man, dass der Widerstand durchbrennt.

6.5.2 Widerstände in Reihe

Wenn zwei in Reihe geschaltete Widerstände an eine Spannungsquelle angeschlossen werden (siehe Fig. 6.22), dann ist die Stromstärke in den beiden Widerständen gleich groß, weil alle Ladungen, welche den einen Widerstand durchfließen, auch durch den anderen fließen müssen.

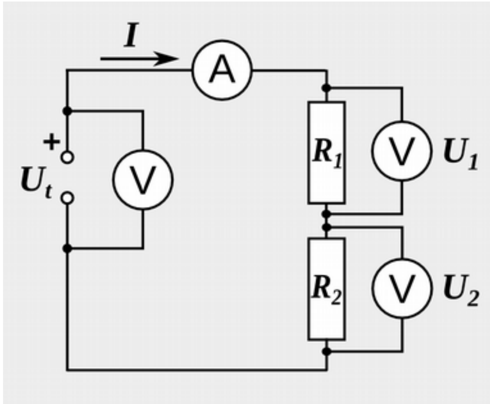


Fig. 6.22: Widerstände in Reihe

Für die Potentialdifferez an den beiden Widerständen gilt: $U_1 = R_1 \cdot I$ $U_2 = R_2 \cdot I$

Ein Teil der gesamten Energie, welche die Ladungen von der Energiequelle mit bekommen, wird im ersten Widerstand abgegeben und der Rest im zweiten.

$$E_G = E_1 + E_2 \quad \frac{E_G}{Q} = \frac{E_1}{Q} + \frac{E_2}{Q} \quad \rightarrow \quad U_G = U_1 + U_2 \quad U_G = R_1 \cdot I + R_2 \cdot I = (R_1 + R_2) \cdot I$$

Daraus folgt. Dass der Gesamtwiderstand der beiden in Reihe geschalteten Widerstände gleich der Summe der Widerstände ist. $R_G = \frac{U}{I} = R_1 + R_2$

6.5.3 Widerstände parallel

Wenn zwei parallel geschaltete Widerstände an eine Energiequelle angeschlossen werden (siehe Fig. 6.23), dann liegt an den beiden Widerständen die selbe Spannung an.

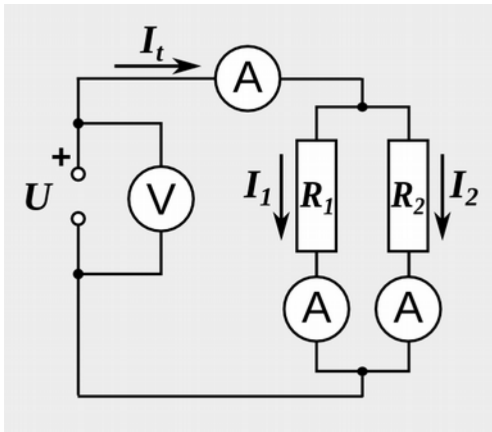


Fig. 6.23: Widerstände parallel geschaltet

$$I_1 = \frac{U}{R_1} \quad I_2 = \frac{U}{R_2}$$

$$\rightarrow \quad I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_2 \quad \rightarrow \quad \frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

Der Strom durch die beiden Widerstände verhält sich umgekehrt zum Widerstand.

Der gesamte Strom, der durch die Energiequelle fließt ist gleich der Summe der Ströme in den beiden Widerständen, da die Ladungen sich auf die beiden Wege aufteilen.

$$I_G = I_1 + I_2 \quad \rightarrow \quad I_G = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} = U \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = \frac{U}{R_G}$$

Daraus folgt, dass der Kehrwert des Gesamtwiderstands der beiden parallel geschalteten Widerstände gleich der Summe der Kehrwerte der Einzelwiderstände ist.

$$\frac{1}{R_t} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad \rightarrow \quad R_t = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

6.6 Widerstand eines Leiters

Fig. 6.24: Leiterbahnen auf einer Platine

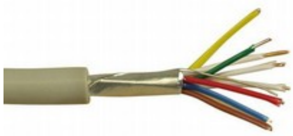


Fig. 6.25: Telefonkabel

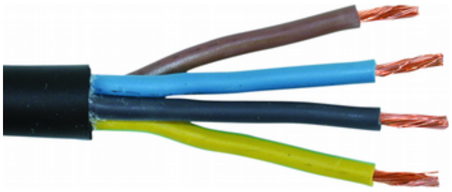


Fig. 6.26: Kabel für Dreiphasenstrom

Um Elektrogeräte anzuschließen und Bauteile miteinander zu verbinden muss man Verbindungen aus gut leitendem Material verwenden.

Meist werden isolierte Litzen verwendet. Einen mehradrigen von einem Isolierstoff ummantelten Verbund von Litzen bezeichnet man als Kabel. Nicht isolierte Drähte werden hauptsächlich als Hochspannungsleiter für den Energietransport auf hohen Masten montiert. Auf den Platinen für elektronische Schaltungen dienen Metallstreifen (meist Kupferstreifen) als Leiter.

Je größer die vom Stromkreis transportierte Energiemenge ist, desto größer muss der Querschnitt der Leitungen sein.

Versuch 6.1 - Widerstand eines Drahtes

In diesem Versuch wird der Widerstand eines Drahtes aus Konstantan ([47]) in Abhängigkeit von Länge und Querschnitt bestimmt. Zu diesem Zweck werden die Drähte an eine konstante Spannung von 4 V angeschlossen und die Stromstärke wird gemessen (siehe Fig. 6.27). Aus diesen Werten wird der Widerstand berechnet

$$R = \frac{U}{I}$$

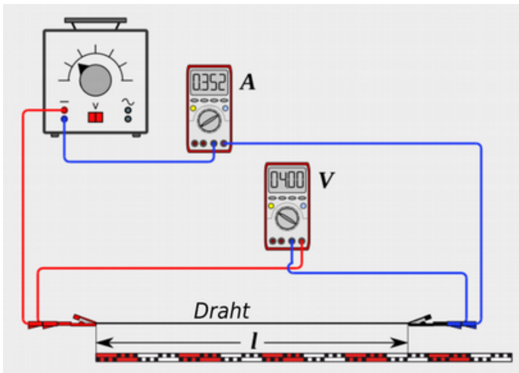


Fig. 6.27: Bestimmung des Widerstands

Für Drähte mit demselben Durchmesser d = 0,2 *mm* (Querschnittsfläche A = 0,0314 *mm*²) sind die gemessenen Werte in folgender Tabelle zusammengefasst.

P	l [m]	I [A]	R [Ω]
1	0,3	0,81	4,9
2	0,6	0,42	9,5
3	0,8	0,32	12,5
4	1,0	0,26	15,7

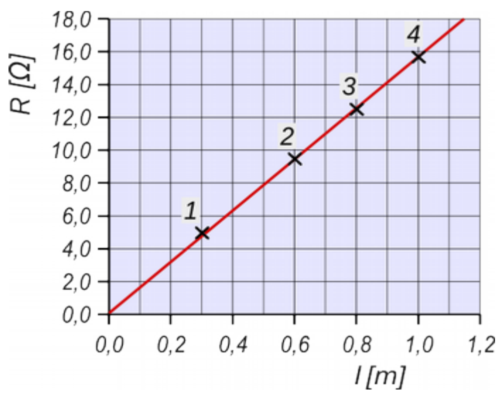


Fig. 6.28: l - R Diagramm für einen Draht aus Konstantan mit d = 0,2 mm

Mit den Werten erhält man das Diagramm von Fig. 6.28. Man sieht,dass die Messpunkte gut durch eine Ursprungsgerade angenähert werden. Das bedeutet, dass der Widerstand proportional der Länge des Drahtes ist.

$$R \propto l$$

47 Konstantan ist eine Legierung aus 55% Kupfer, 44% Nickel und 1% Mangan. Im Gegensatz zu den meisten anderen Metallen ist sein Widerstand nahezu unabhängig von der Temperatur. Das ist bei diesem Versuch wichtig, weil sich der Draht bei großen Stromstärken erhitzt.

Für Drähte mit derselben Länge l = 80 *cm* sind die für verschiedene Durchmesser gemessenen Werte in folgender Tabelle zusammengefasst.

d [mm]	A [mm²]	1/A [1/mm²]	I [A]	R [Ω]
0,50	0,196	5,1	1,92	2,1
0,40	0,126	8,0	1,21	3,3
0,30	0,071	14,1	0,69	5,8
0,20	0,031	31,8	0,32	12,5

Aus dem Diagramm ergibt sich, dass der Widerstand proportional dem Kehrwert der Querschnittsfläche des Drahtes ist. $R \propto \frac{1}{A}$

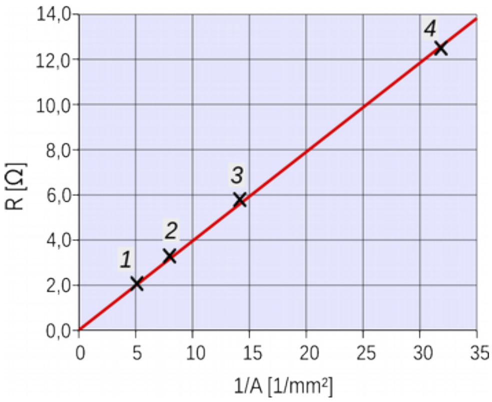


Fig. 6.29: Widerstand von Konstantandrähten verschiedener Durchmesser

Die Ergebnisse entsprechen den Erwartungen, weil je länger der Draht ist, desto mehr Energie ist notwendig um ihn zu durchqueren und je größer die Querschnittsfläche ist, desto weniger oft stoßen die Elektronen an die Atomrümpfe des Kristallgitters.

6.6.1 Spezifischer Widerstand

Aus den Messungen von Versuch 6.1 erhält man für Drähte aus demselben Material:

$$R \propto \frac{l}{A} \quad \rightarrow \quad \frac{R \cdot A}{l} = konstant$$

Die Konstante heißt ***spezifischer Widerstand*** und hat das Formelzeichen **ρ** (rho).

$$\boldsymbol{\rho = \frac{R \cdot A}{l}} \quad \rightarrow \qquad \text{Die Maßeinheit ist} \quad [\rho] = \frac{\Omega mm^2}{m} = 10^{-6} \Omega m$$

Den Widerstand berechnet man mit der Formel: $\boldsymbol{R = \frac{\rho \cdot l}{A}}$

Aus Fig. 6.28 ergibt sich, dass der Messpunkt MP 2 relativ genau auf der Ausgleichsgeraden liegt. Für den spezifischen Widerstand von Konstantan ergibt sich daraus:

$$R = 9{,}5\Omega \qquad A = 0{,}0314\, mm^2 \qquad l = 0{,}6\, m$$

$$\rightarrow \quad \rho = \frac{9{,}5\Omega \cdot 0{,}0314\, mm^2}{0{,}6\, m} = 0{,}5 \frac{\Omega mm^2}{m}$$

In Tab. 6.1 Sind die Werte für den spezifischen Widerstand einiger Stoffe angeführt.

Man beachte dabei, dass die angegebenen Werte nur bei der Temperatur von 20 °C gelten. Der Widerstand der meisten Metalle nimmt mit steigender Temperatur deutlich zu. Metalle sind deshalb sogenannte Kaltleiter. Im Gegensatz dazu leiten die Halbleiter wie Grafit (Kohlenstoff), Silizium usw. bei höheren Temperaturen besser, sie sind Heißleiter.

Spezifischer Widerstand ĉe 20 °C	
Material	ρ [Ω mm²/m]
Gold	0,023
Silber	0,016
Aluminium	0,028
Kupfer	0,017
Wolfram	0,053
Eisen/Stahl	0,1-0,5
Konstantan	0,50
Grafit	8,0

Tab. 6.1

6.6.2 U-I Diagramm eines Drahtes

Versuch 6.2

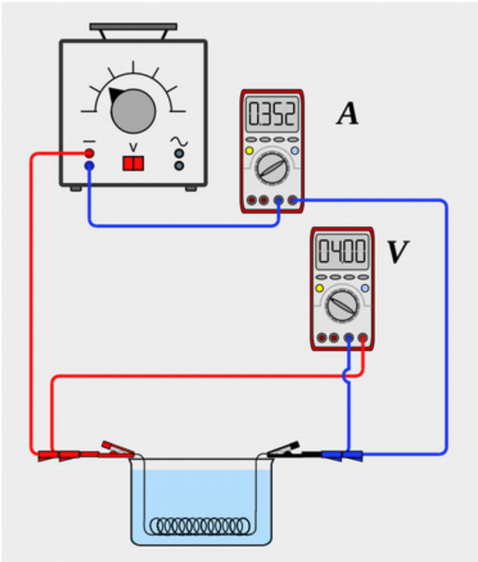


Fig. 6.30: in Wasser gekühlter Draht

In diesem Versuch wird die Stromstärke in einem Eisendraht mit einer Länge von l = 1,0 m und einem Durchmesser von d = 0,2 mm in Abhängigkeit von der Spannung gemessen.
Dabei befindet sich der Draht zunächst in der Luft und erwärmt sich bei zunehmender Stromstärke.
Anschließend wird der Draht in Wasser getaucht, so dass seine Temperatur nahezu konstant bleibt (siehe Fig. 6.30). Die Messwerte sind in folgender Tabelle zusammengefasst.

		in Luft	in Wasser
P	U [V]	I [A]	I [A]
1	1,0	0,23	0,23
2	2,0	0,46	0,46
3	4,0	0,72	0,90
4	7,0	1,00	1,50
5	10,0	1,15	2,05
6	15,0	1,25	3,00

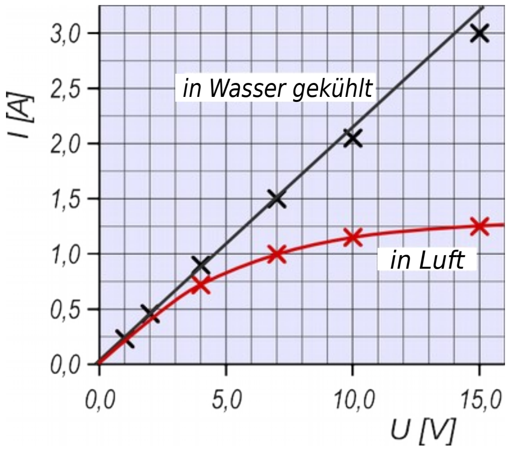


Fig. 6.31: U-I Diagramm für den Eisendraht

Aus den Werten der Tabelle erhält man das Diagramm von Fig. 6.31. Man sieht, dass die Messpunkte für den Draht im Wasser nahezu auf einer Geraden liegen und dass folglich die Stromstärke proportional der Spannung und der Widerstand konstant ist.
Wenn der Draht sich in der Luft befindet, dann sind die Messpunkte auf einer Kurve, deren Steigung abnimmt. Das bedeutet, dass die Stromstärke nicht proportional der Spannung ist. Der Widerstand ist nicht konstant, er wird größer. Das bestätigt die bereits im vorhergehenden Paragraphen gemachte Aussage, dass im Allgemeinen die Metalle bei niedriger Temperatur besser leiten.

Aus den Werten der Tabelle kann man auch den Widerstand des Eisendrahtes berechnen. Für den kalten Draht sind die besten Werte diejenigen der Punkte 1-3, weil dort der Draht noch gut gekühlt ist.
Für den Punkt 3 erhält man:

$$U = 4{,}0\,V \qquad I = 0{,}90\,A \qquad A = 0{,}0314\,mm^2 \qquad l = 1{,}0\,m$$

$$R = \frac{U}{I} = \frac{4{,}0\,V}{0{,}90}\,A = 4{,}4\,\Omega \qquad \rightarrow \qquad \rho = \frac{4{,}4\,\Omega \cdot 0{,}0314\,mm^2}{1{,}0\,m} = 0{,}14\,\frac{\Omega\,mm^2}{m}$$

Der Wert des Eisendrahtes ist ein wenig größer als der von reinem Eisen, welches einen spezifischen Widerstand von 0,099 Ωmm²/m hat.Die Ursache dafür ist, dass das Material des Eisendrahtes nicht reines Eisen ist, sonder stets auch eine geringe Menge von Kohlenstoff und anderen Legierungselementen enthält.

6.7 Beispiele

Beispiel 6.4 - Bügeleisen

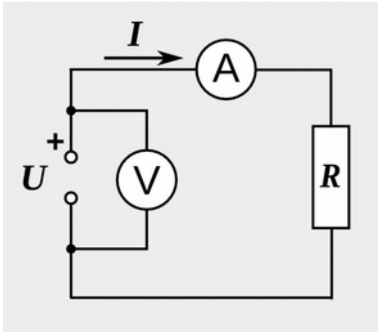


Fig. 6.32: Stromkreis mit Widerstand

Bei einer Spannung von 230 *V* beträgt der Strom im Heizwiderstand des Bügeleisens 4,2 *A*.
a) Wie groß sind die elektrische Leistung und der Widerstand?
b) Wie groß wäre die Leistung, wenn die Spannung auf 220 *V* sinken würde?

Lösung

Für die Spannung von 230 *V* erhält man:

$$U_1 = 230\,V \quad I_1 = 4{,}2\,A \quad \rightarrow \quad P_1 = U_1 \cdot I_1 = 966\,W \quad \rightarrow \quad R = \frac{U_1}{I_1} = 54{,}8\,\Omega$$

Bei der Spannung von 220 *V* bleibt der Widerstand gleich . Es ergibt sich:

$$U_2 = 220\,V \quad I_2 = \frac{U_1}{R} = \frac{220\,V}{54{,}8\,\Omega} = 4\,A \quad \rightarrow \quad P_2 = U_2 \cdot I_2 = 220\,V \cdot 4\,A = 880\,W$$

Antwort: a) Die elektrische Leistung beträgt 966 *W* und der Widerstand 54,8 Ω
b) Die elektrische Leistung bei 220 *V* ist 880 *W*.

Beispiel 6.5 - Lampen in Reihe

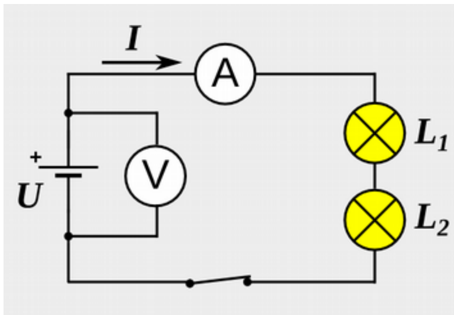


Fig. 6.33: Zwei verschiedene Lampen in Reihe

Zwei Lampen sind in Reihe geschaltet und an 12 *V* angeschlossen (siehe Fig. 1.12). Auf der ersten Lampe steht 6 *V*/ 3 *W*, auf der zweiten 12 *V*/ 3 *W*.
a) Wie groß ist die Stromstärke in den Lampen, ?
b) Welche Lampe leuchtet stärker?

Lösung

Die Nennwerte der Lampe L_1 sind

$$U_1 = 6\,V \quad P_1 = 3\,W \quad \rightarrow \quad I_1 = \frac{P_1}{U_1} = \frac{3\,W}{6\,V} = 0{,}5\,A \quad \rightarrow \quad R_1 = \frac{U_1}{I_1} = \frac{6\,V}{0{,}5\,A} = 12\,\Omega$$

die der LampeL_2

$$U_2 = 12\,V \quad P_2 = 3\,W \quad \rightarrow \quad I_1 = \frac{P_2}{U_2} = \frac{3\,W}{12\,V} = 0{,}25\,A \quad \rightarrow \quad R_2 = \frac{U_2}{I_2} = \frac{12\,V}{0{,}25\,A} = 48\,\Omega$$

Wenn die beiden Lampen in Reihe an die Spannung *U* = 12 *V* angeschlossen werden erhält man:

Gesamtwiderstand $R_G = R_1 + R_2 = 60\,\Omega \quad \rightarrow \quad I = \frac{U}{R_t} = \frac{12}{60} = 0{,}2\,A$

Antwort: a) Praktisch wird die Stromstärke in den Lampen etwas größer sein als 0,2 *A*, weil wegen der Tatsache, dass die Lampen nicht voll aufleuchten ihr effektiver Widerstand etwas kleiner ist als der Nennwiderstand.
b) Die Lampe L_2 leuchtet viel heller, weil die Stromstärke beinahe den Nennwert dieser Lampe erreicht.

Beispiel 6.6 - Autolichter

Jemand hat vergessen die Lichter seines Autos auszuschalten. Insgesamt haben sie eine Leistung von 86 *W*.
a) Wie groß ist die Gesamtstromstärke in der Batterie deren Spannung 12 *V* beträgt?
b) Wie lange dauert es, bis die Batterie entladen ist, wenn ihre Ladekapazität 150 *Ah* beträgt?

Lösung

a) $U = 12\,V \qquad P = 86\,W \qquad \rightarrow \qquad I = \frac{P}{U} = \frac{86\,W}{12\,V} = 7{,}17\,A$

b) $Q = 150\,Ah \qquad I = \frac{Q}{t} \qquad \rightarrow \qquad t = \frac{Q}{I} = \frac{150\,Ah}{7{,}17\,A} = 20{,}9\,h$

Antwort: a) Die Stromstärke in der Batterie beträgt 7,17 A.
b) Die Batterie ist nach 20,9 Stunden entladen.

6.7.1 Aufgaben

1. Auf einer Glühlampe steht 12 V / 9 W.
   a) Wie groß ist die Stromstärke in der Lampe wenn sie an 12 *V* angeschlossen wird?
   b) Wie viel Elektronen strömen dann in jeder Sekunde durch die Lampe?
2. Ein Leiter aus Kupfer hat einen Durchmesser von 1,6 *mm* und eine Länge von 4,0 *m*.
   Wie groß ist sein Widerstand?
3. Ein Elektroheizkörper hat einen Widerstand von 18,0 Ω . Wenn er an eine bestimmte Spannungsquelle angeschlossen wird, dann fließt ein Strom von 12,5 *A*.
   Wie viel Energie in *kWh* benötigt er in 20 Minuten?
4. In einer Wohnung lässt der Sicherungsautomat eine maximale Stromstärke von 18 *A* zu. Eine Waschmaschine mit einer Leistung von 1,2 *kW* und eine elektrische Heizplatte mit 900 *W* sind bereits angeschlossen.
   Darf noch eine Bügeleisen mit einem Widerstand von 45 Ω angeschlossen werden, wenn die Netzspannung 230 V beträgt?

Antworten

1. a) Die Stromstärke beträgt 0,75 A.

   b) Durch die Lampe strömen 4,7 x 10^{18} Elektronen in jeder Sekunde.

2. Der Widerstand beträgt 34 mΩ

3. Die benötigte elektrische Energie beträgt 938 Wh = 0,94 kWh

4. Die Stromstärken in den drei Geräten sind: Waschmaschine 6,1 A, Kochplatte 3,9 A, Bügeleisen 5,1 A. Die gesamte Stromstärke ist also 15,1 A < 16 A und folglich kann das Bügeleisen angeschlossen werden.

7 Energieumwandlungen

7.1 Primärenergie – Endenergie - Nutzenergie

Fig. 7.1 Stausee

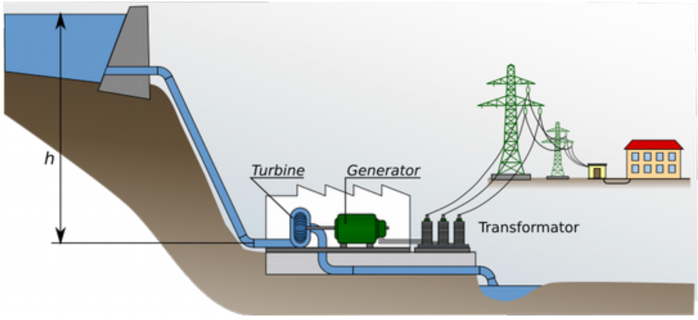


Fig. 7.2: Schema eines Wasserkraftwerkes

In Fig. 7.2 ist das Schema eines Wasserkraftwerks samt Vorrichtungen für den Energietransport dargestellt.

Die Energie, welche sich im Wasser des Stausees befindet, nennt man ***Primärenergie***. Diese Energie kann vor Ort nicht genutzt werden, sie muss zuerst umgewandelt und zum Verbraucher gebracht werden. Die Energie welche beim Verbraucher in nutzbarer Form ankommt, nennt man ***Endenergie***. Diese wird verwendet um Geräte anzutreiben, welche jedoch, wie in Kap. 5 besprochen wurde, nur einen Teil der zugeführten Energie nutzten können (Wirkungsgrad < 1). Die effektiv genutzte Energie nennt man ***Nutzenergie.***

Im Allgemeinen bezeichnet man mit dem Begriff ***Primärenergie*** E_P die Energie im Rohzustand, so wie sie in der Natur vorliegt. Das Wasser in einem hochgelegenen Stausee ist eine Quelle von Primärenergie, ebenso wie die Kohle unter der Erde oder das Erdöl und Erdgas in den jeweiligen Rohstofflagern. Damit sie genutzt werden können muss man sie umwandeln und/oder zu den Verbrauchern bringen.

Wenn sich die Kohle neben dem Heizkessel, das raffinierte Heizöl im Tank oder das Erdgas am Gaszähler befinden, dann sind sie Quellen von ***Endenergie*** E_E .

Das Flussschema von Fig. 7.3 zeigt wofür die Primärenergie in Deutschland genutzt wird (Jahr 2010). Die Werte sind so ähnlich auch für andere Industrieländer. Man sieht, dass bei der Umwandlung von Primärenergie in Endenergie erhebliche Verluste auftreten.

Die Endenergie wird in verschiedenen Geräten genutzt um Arbeit zu verrichten oder die jeweils benötigte Energieform zu erzeugen (z.B. Wärme, Licht).

Den effektiv genutzten Anteil der Endenergie nennt man ***Nutzenergie*** E_N .

Da bei jeder Umwandlung ein Teil der nutzbaren Energie "verloren" geht ist $E_P > E_E > E_N$.

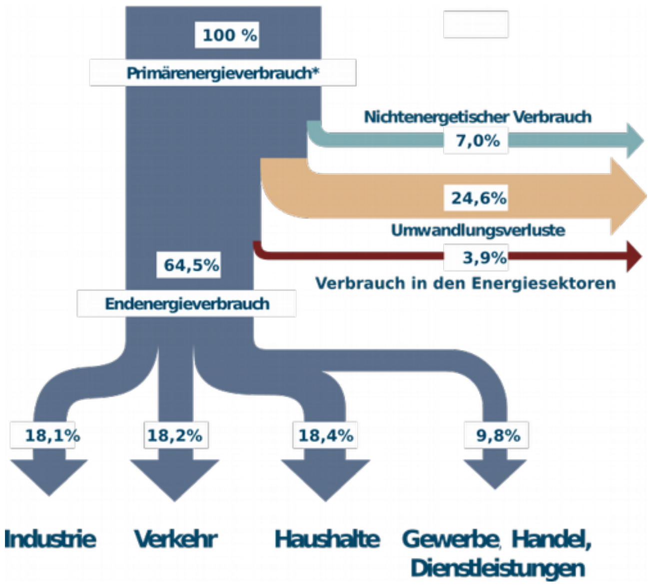


Fig. 7.3: Nutzung der Primärenergie in Deutschland 2010
(Quelle Agenda 21)

Versuch 7.1 - Primär- und Endenergie

In diesem Versuch wird die Höhenenergie eines Körpers, der sich in einer bestimmten Höhe h befindet als Primärenergie eingesetzt. Wenn der Körper herunter sinkt, wird auf Kosten der Höhenenergie elektrische Energie erzeugt. Diese wird zur Endenergie, welche in der Lampe genutzt wird um Licht abzugeben. (siehe Fig. 7.4).

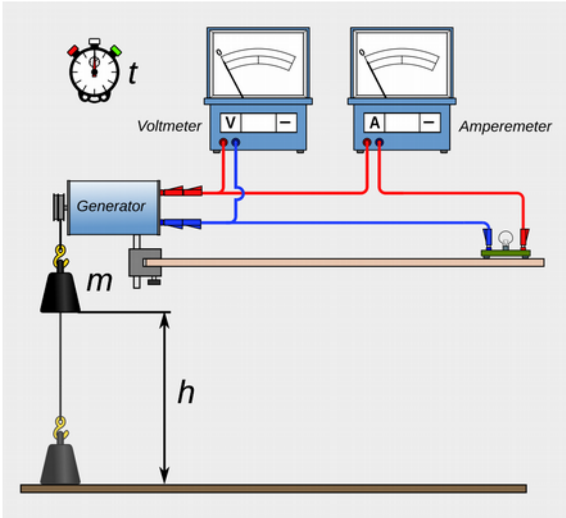


Fig. 7.4 Umwandlung von Höhenenergie in elektrische Energie

Um die verschiedenen Energien zu berechnen, muss man die Masse des Körpers, die Ausgangshöhe, die Spannung, die Stromstärke und die Zeit in der der Vorgang abläuft kennen.

Wenn man als Generator den Getriebemotor DynaMot ([48]) von Fig. 7.5 verwendet, erhält man die folgenden Ergebnisse:

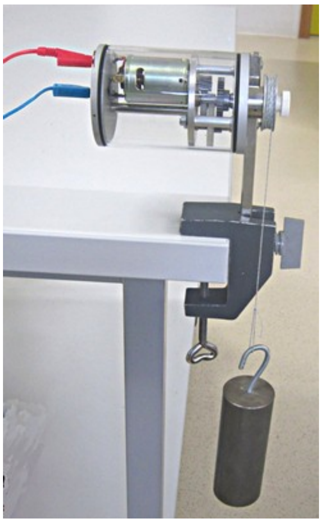


Fig. 7.5: DynaMot

$m = 2{,}0\ kg \qquad h = 0{,}76\ m \qquad t = 6{,}5\ s$

$U = 1{,}2\ V \qquad I = 0{,}6\ A$

Höhenenergie

$$E_H = m \cdot g \cdot h = 2{,}0\, kg \cdot 9{,}81\, m/s^2 \cdot 0{,}76\, m = 14{,}9\, J$$

elektrische Energie $E_{el} = U \cdot I \cdot t = 1{,}2\, V \cdot 0{,}6\, A \cdot 6{,}5\, s = 4{,}7\, J$

In diesem Fall beträgt der Wirkungsgrad für die Umformung der Primärenergie in Endenergie:

$$\eta = \frac{E_{el}}{E_H} = 4{,}7 \frac{J}{14{,}9} J = 0{,}31 \qquad \eta_{\%} = 31\ \%$$

Der Wirkungsgrad ist besonders wegen der Reibung im Getriebe so gering. In großen Generatoren erreicht er 90% (ohne Berücksichtigung eines eventuellen Getriebes).

7.2 Produktion von elektrischer Energie

Elektrische Energie ist die am einfachsten nutzbare und deshalb wertvollste Energieform. Sie ist in der Natur nicht in nutzbarer Form vorhanden ([49]) und muss deshalb mit Hilfe anderer Energieformen "produziert" werden.

Die Aufteilung der Primärenergieformen, die weltweit/europaweit für die Produktion elektrischer Energie verwendet werden, ist in Fig. 7.6 dargestellt. Von diesen sind nur Wasser, Wind, Sonne und Erdwärme (Geothermie) erneuerbar. Das bedeutet, dass langfristig für die Menschheit nur 20% der derzeit genutzten Primärenergie zur Verfügung steht. Auch deshalb ist eine Verringerung des Energieverbrauchs unbedingt nötig.

---

48 Das Gerät DynaMot enthält einen Gleichstrommotor, der auch als Generator (Dynamo) funktionieren kann.

49 Viel elektrische Energie ist auch in der Atmosphäre enthalten. Sie entlädt sich bei Gewittern und ist leider bisher nicht nutzbar.

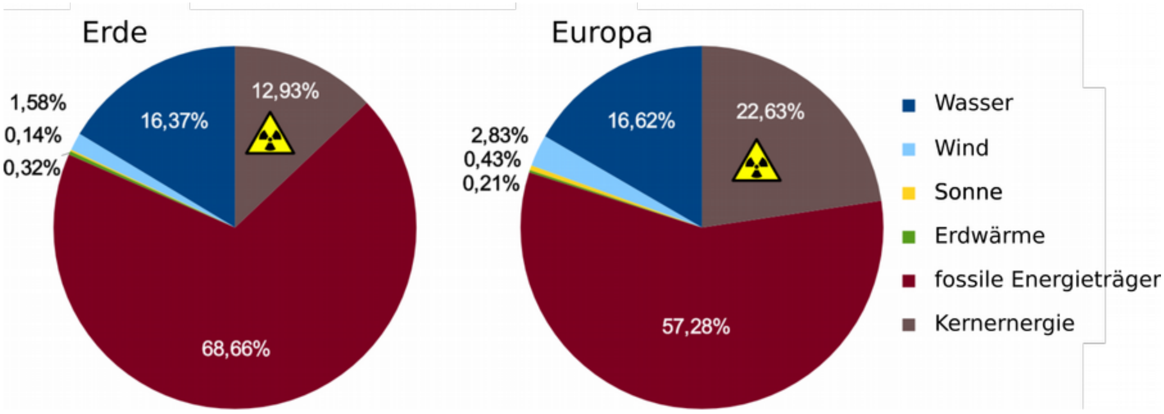


Fig. 7.6: Primärenergiequellen für die Produktion elektrischer Energie 2008 (Quelle: http://www.terna.it)

7.2.1 Wasserkraftwerke

Wasserkraftwerke produzieren weltweit etwa 16% der elektrischen Energie (2008). Sie nutzen die kinetische und/oder die potentielle Energie von Wasser um Turbinen anzutreiben. Das Wasser kann aus einem Fluss oder einem Stausee stammen. Der Höhenunterschied und die zu verarbeitende Wassermenge sind für den verwendeten Turbinentyp entscheidend.

Pelton-Turbine

Die ***Pelton-Turbinen*** wurde im Jahre 1878 von Lester Pelton([50]) entwickelt und gebaut.
Sie wird bei großen Höhenunterschieden (mindestens 15 m doch meist > 300 m bis 1600 m) und relativ geringen Wassermengen eingesetzt.

Das Wasser aus einem Stausee in großer Höhe wird in einer Druckrohrleitung zur Düse der Turbine geleitet, wo die potentielle Energie in kinetische Energie (Bewegungsenergie) umgewandelt wird. Der Wasserstrahl erreicht die Turbinenschaufeln mit sehr hoher Geschwindigkeit (etwa 500 km/h bei einem Höhenunterschied von 1260 m).

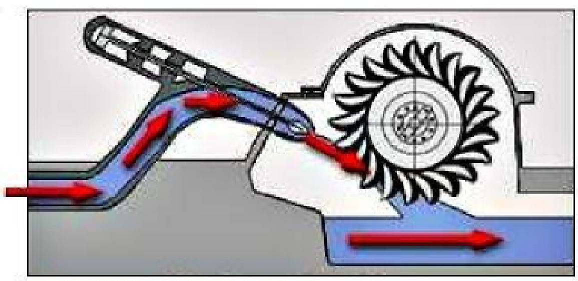


Fig. 7.7: Funktionsschema der Pelton-Turbine

Fig. 7.8: Schaufelrad der Pelton-Turbine

Durch die besondere Form der Schaufeln gelingt es, nahezu die gesamte kinetische Energie für das Verrichten der Arbeit zu nutzen, welche notwendig ist den Generator zu drehen und elektrische Energie zu produzieren.

Der Wirkungsgrad der Pelton-Turbine ist mit $\eta = 0{,}85 - 0{,}90$ relativ hoch und er bleibt auch dann hoch, wenn die Turbine nicht unter Vollast läuft.

50 Lester Allan **Pelton** (1829 – 1908) war ein Techniker in den USA. Unter anderem arbeitete er in einem Bergwerk in Kalifornien, wo er im Jahr 1878 die erste Turbine baute.

Francis-Turbine

Die erste ***Francis-Turbine*** wurde im Jahre 1848 von James Francis([51]) konstruiert. Diese Turbinen werden für mittlere Höhenunterschiede (10 m bis 600 m) und Wassermengen von 2 m³/s bis 50 m³/s eingesetzt.

Durch eine Druckrohrleitung fließt das Wasser zur Turbine, wo es mit großem Druck in einem schneckenförmigen Rohr zum Schaufelrad geleitet wird. Leitschaufel regeln den Durchfluss und die Einströmungsrichtung in das Laufrad, welches radial (Radialturbine) durchströmt wird. An den Turbinenschaufeln gibt das Wasser die enthaltene potentielle und kinetische Energie ab und verrichtet Arbeit.

Moderne Francis-Turbinen erreichen einen Wirkungsgrad von $\eta = 0{,}90$ aber nur, wenn die Turbine unter Vollast läuft.

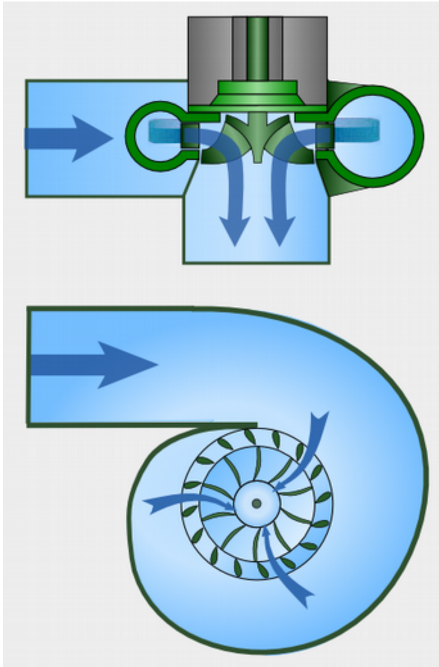


Fig. 7.9: Funktionsprinzip der Francis-Turbine

Kaplan-Turbine

Die ***Kaplan-Turbine*** wurde im Jahre 1913 von Viktor Kaplan([52]) entwickelt. Sie wird für geringe Höhenunterschiede (< 25 m) und relativ große Wassermengen eingesetzt.

Wasserkraftwerke mit Gruppen von Kaplan-Turbinen werden üblicherweise an Flüssen gebaut. Die Turbinen befinden sich direkt im Staudamm und die Schaufelräder werden axial durchströmt (Axialturbine).

Für eine bessere Anpassung an die zur Verfügung stehende Wassermenge sind die Schaufeln einstellbar, so dass moderne Kaplan-Turbinen einen Wirkungsgrad von bis zu $\eta = 0{,}90$ erreichen.

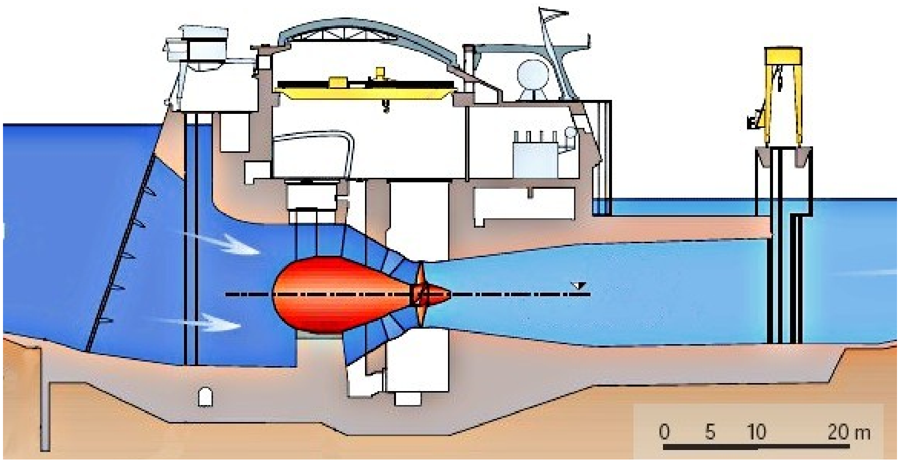


Fig. 7.10: Wasserkraftwerk mit Kaplan-Turbine an der Donau (Quelle: www.verbund.com)

---

51 James Bicheno **Francis** (1815 – 1892) war ein in die USA ausgewanderter britische Ingenieur. Dort arbeitete er unter anderem beim Bau großer Kanäle mit. Im Jahre 1848 konstruierte er zusammen mit U.A. Boyden die erste Turbine, welche viel besser war als alle bis dahin gebauten.

52 Viktor **Kaplan** (1876 – 1934) war ein österreichischer Erfinder und, Ingenieur und Professor an der technische Hochschule. Er plante den neuen Turbinentyp in den Jahren 1910-1913, aber erst im Jahre 1918 wurde die erste Turbine gebaut und eingesetzt.

Beispiel 7.1

Im Wasserkraftwerk Kardaun befinden sich fünf Francis-Turbinen, welche maximal 90 m³ Wasser pro Sekunde verarbeiten können. Der gesamte Höhenunterschied zwischen der Wasserfassung und den Turbinen beträgt 183 m.

a) Wie groß ist die maximale elektrische Leistung der Zentrale, wenn man annimmt, dass in den Druckrohren 5% der potentiellen Energie des Wassers verloren gehen und der Wirkungsgrad der Turbinen 90% beträgt.

b) Zeichne das Energieflussschema der Zentrale!

c) Wie viel elektrische Energie produziert die Zentrale jährlich, wenn sie durchgehend in Betrieb ist und im Mittel mit 50% der Maximalleistung gefahren wird?

Fig. 7.11: Wasserkraftwerk bei Kardaun

Lösung

a) $V = 90\, m^3$ → *für Wasser* $m = 90000\, kg$

$h = 183\, m$ $\quad t = 1\, s$

Rohrleitung $\eta_r = 0{,}95$ Turbine $\eta_t = 0{,}90$ Generator $\eta_g = 0{,}90$

$$F_G = m \cdot g = 90000\, kg \cdot 9{,}81\, N/kg = 883\, kN$$

zugeführte Höhenenergie $E_Z = F_G \cdot h = 883\, kN \cdot 183\, m = 162\, MJ$

maximale genutzte Energie $E_N = E_H \cdot \eta_r \cdot \eta_t \cdot \eta_q = 162\, MJ \cdot 0{,}95 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}9 = 124\, MJ$

maximale elektrische Leistung $P_{max} = \frac{E_u}{t} = \frac{162\, MJ}{1\, s} = 162\, MW$

b)

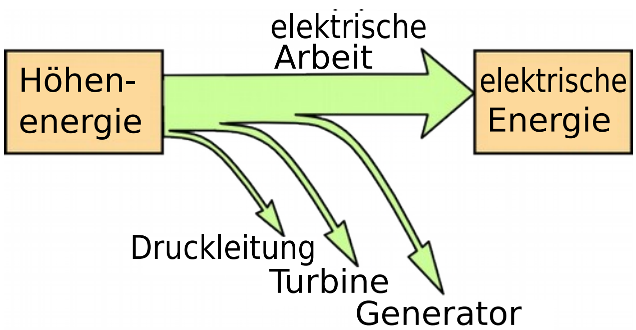


Fig. 7.12: Energieflussschema des Wasserkraftwerks

c) $P_{mit} = 0{,}5 \cdot P_{max} = 81\, MW$

$t = 365 \times 24\, h = 8760\, h$ elektrische Energie $E_{el} = P_{mit} \cdot t = 81\, MJ \cdot 8760\, h = 710\, GWh$

Antwort

a) Die maximale elektrische Leistung beträgt 162 MW.

c) In einem Jahr produziert das Kraftwerk 710 GWh elektrischer Energie.

7.2.2 Wärmekraftwerke

Wie aus den Diagrammen von Fig. 7.6 hervorgeht, wird der Großteil der elektrischen Enegie in Wärmekraftwerken produziert.

In diesen Kraftwerken wird Wärmeenergie (innere Energie) genutzt um Wasser zu verdampfen. Der Dampf strömt zu einer Dampfturbine, wo durch die innere Energie die erforderliche Arbeit verrichtet wird um den Generator anzutreiben und elektrische Energie zu produzieren. Damit die Turbine richtig läuft, muss der Dampf nach der Turbine kondensiert werden. Dazu braucht es die Kühlung im sogenannten Kondensator.

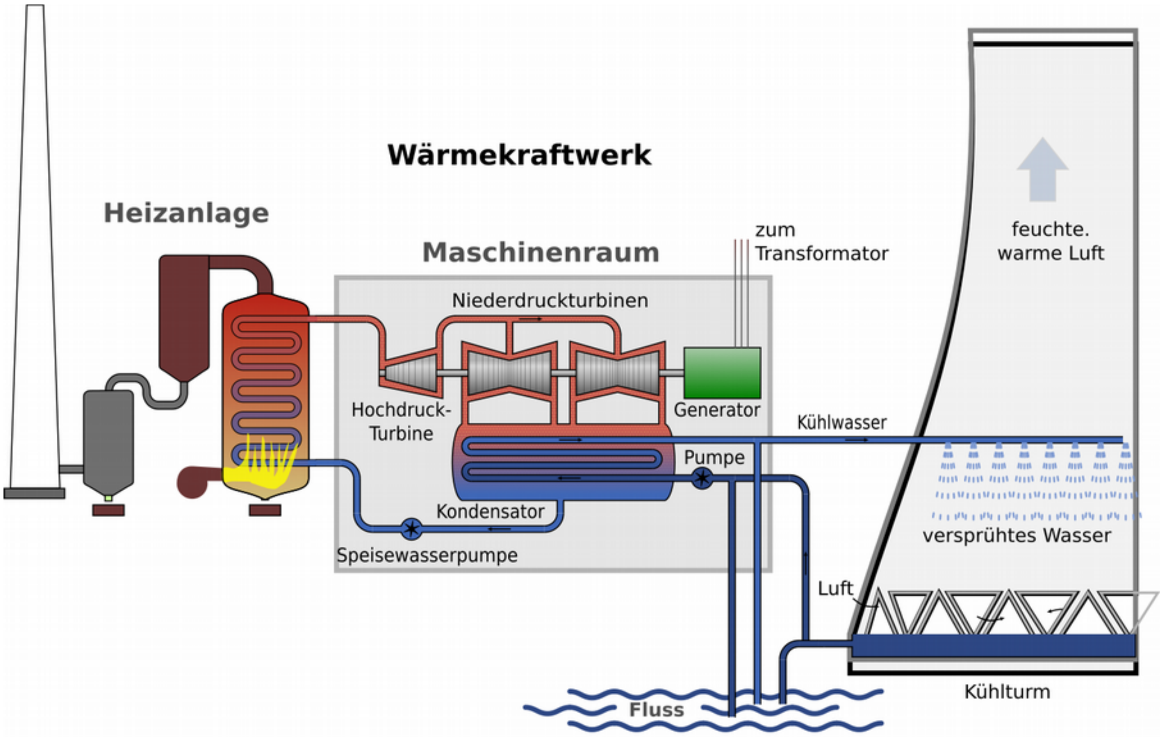


Fig. 7.13: Funktionsschema eins Wärmekraftwerks

Die innere Energie, welche benötigt wird, um das Wasser zu verdampfen kann nicht nur durch die Verbrennung fossiler Brennstoffe (Holz, Kohle, Gas, Erdöl) bereitgestellt werden, sondern auch durch die Kernspaltung in einem Atomreaktor oder durch Erd- oder Sonnenwärme.

In jedem Fall gilt das Energieflussschema von Fig. 7.14, welches zeigt, dass in Wärmekraftwerken nur etwa 38 % der zugeführten Energie in nutzbare elektrische Energie umgewandelt werden. Um diese Energie zu den Verbrauchern zu bringen, gehen durch Umwandlungs- und Leitungsverluste noch einmal etwa 4% verloren.

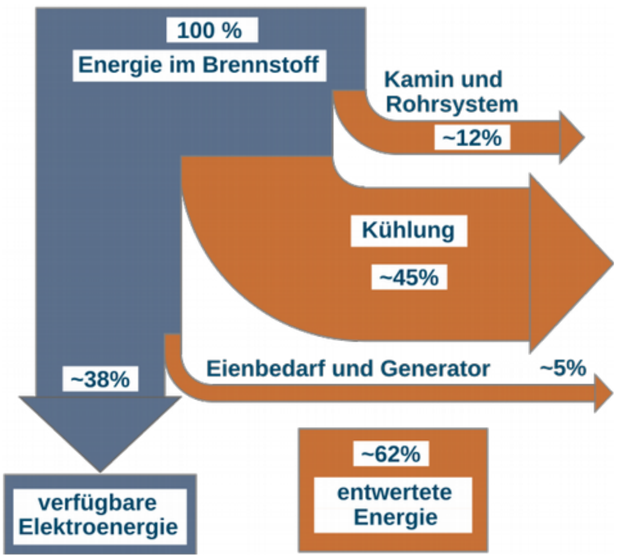


Fig. 7.14: Energieflussschema eines Wärmekraftwerks

Daraus folgt, dass für jede Kilowattstunde elektrischer Energie welche beim Verbraucher ankommt, im Kraftwerk etwa drei Kilowattstunden aus den Brennstoffen benötigt werden.

7.3 Temperatur - innere Energie - Wärme

Fig. 7.15: glühende Bremsscheibe

In Fig. 7.15 sieht man eine Bremsscheibe, welche glüht weil beim Bremsen so viel Reibungsarbeit verrichtet wurde.

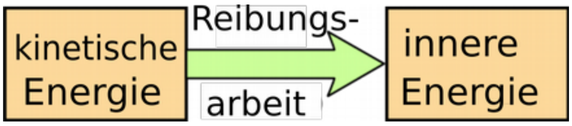


Fig. 7.16: Energieumwandlungskette beim Bremsen

Wenn ein Fahrzeug auf ebener Strecke abgebremst wird, dann gilt sie Energieumwandlungskette von Fig. 7.16. Die gesamte Bewegungsenergie wird in ***innere Energie*** der Bremsscheibe und der umgebenden Luft umgewandelt. Die ***Temperatur*** der Scheibe kann kurzzeitig bis zu 800°C und mehr erreichen.

Es ist wichtig zwischen den Begriffen ***Temperatur*** und ***innere Energie*** zu unterscheiden.

- Die ***Temperatur*** bezieht sich auf die ungeordnete Schwingungsbewegung der Teilchen eines Körpers. Je schneller sich die Teilchen bewegen, desto höher ist die Temperatur.
- Die ***innere Energie*** ist die Summe der Bewegungsenergie *(kinetische Energie)* der Teilchen und der potentiellen Energie, welche auf die Kräfte zwischen den Teilchen zurückzuführen ist. Deshalb hängt die innere Energie von den Eigenschaften der Moleküle, von der Temperatur, der Masse und dem Aggregatzustand (fest, flüssig, gasförmig) des Körpers ab.

7.3.1 Wärme

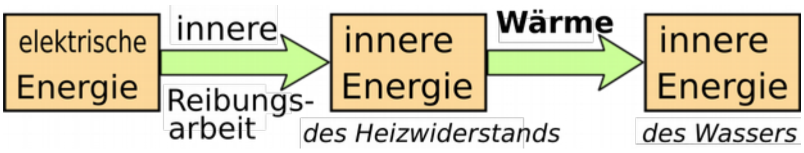


Fig. 7.17: Energieumwandlungskette des Tauchsieders

In Fig. 7.17 sind die Energieumwandlungen beim Erhitzen von Wasser mit einem Tauchsieder dargestellt. Dank der elektrischen Energie können die Elektronen innere Reibungsarbeit verrichten, welche die innere Energie Heizwiderstands erhöht. Dieser überträgt seine innere Energie auf das Wasser, dessen Temperatur zunimmt.

Mit ***Wärme*** wird die Übertragungsform der inneren Energie bezeichnet, so wie man die Übertragungsform der mechanischen Energieformen mit dem Begriff Arbeit bezeichnet.
Für die Wärmemenge verwenden wir das Formelzeichen $\boldsymbol{W_Q}$ ([53])

Die jeweils übertragene Wärmemenge ist gleich der Änderung der inneren Energie. Wenn durch die innere Energie des Körpers 1 der Körper 2 erwärmt wird, dann gilt:

$$\Delta E_{i1} = W_Q = \Delta E_{i2}$$

53 Üblicherweise wird in der Thermodynamik für die Wärme das Formelzeichen Q benutzt. Da wir jedoch das Formelzeichen Q bereits für die elektrische Ladung verwendet haben, und da die Wärme, so wie die Arbeit, eine Übertragungsform der Energie ist, ist es vorteilhafter, das Formelzeichen W_Q zu verwenden.

7.3.2 Messung der Wärme – spezifische Wärmekapazität

Versuch 7.2 - Spezifische Wärmekapazität 1

Für die selbe Masse von Wasser und von Putzalkohol ([54]) wird die Erhöhung der Temperatur in Abhängigkeit von der zugeführten elektrischen Energie gemessen. Die Energie wird mit einem Kilowattstundenzähler gemessen, dessen Scheibe sich je 1200 J gelieferter Energie ein Mal dreht. (siehe Fig. 7.18)
Zunächst wird der Anfangswert der Temperatur notiert. Danach wird der Schalter geschlossen und nach drei Umdrehungen wird er wieder geöffnet und somit die Energiezufuhr unterbrochen. Man wartet bis die Temperatur des Wassers ihren Höchstwert erreicht und notiert diesen.

Fig. 7.18: Messung der elektrischen Energie und der Temperatur

Dann wird der Tauchsieder wieder für drei Umdrehungen des Zählers eingeschaltet u.s.w.
Für 300 g Wasser und 300 g Alkohol erhält man die Werte der folgenden Tabelle. Aus diesen Werten ergibt sich das Diagramm Fig. 7.19 .

	Wasser		Putzalkohol	
Eel [kJ]	ϑ [°C]	ΔT [K]	ϑ [°C]	ΔT [K]
0,0	22,00	0,0	22,30	0,0
3,6	24,70	2,7	25,90	3,6
7,2	27,30	5,3	29,50	7,2
10,8	29,70	7,7	33,10	10,8
14,4	32,30	10,3	36,50	14,2

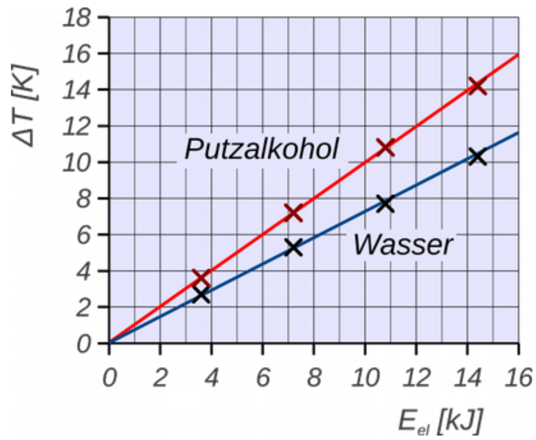


Fig. 7.19: Erwärmen von Wasser und Putzalkohol

Das Diagramm von Fig. 7.19 zeigt, dass für eine bestimmte Masse eines Stoffes die Erhöhung der Temperatur proportional der zugeführten Energie ist. Wenn der Prozess verlustfrei abläuft, dann gilt $E_{el} = W_Q$

und folglich $\Delta T \propto W_Q \quad \rightarrow \quad W_Q \propto \Delta T$

Andererseits ist es logisch, dass die Energiemenge, welche notwendig ist um die Temperatur eines Körpers um einen bestimmten Betrag zu erhöhen, mit der Masse des Körpers zunimmt.

$$W_Q \propto m$$

Aus den Messreihen von Versuch 7.2 erhält man für einen bestimmten Stoff:

$$W_Q \propto m \cdot \Delta T \quad \rightarrow \quad \frac{W_Q}{m \cdot \Delta T} = konstant$$

Die Konstante bezeichnet man als ***spezifische Wärmekapazität*** mit dem Formelzeichen ***c*** .

$$\boldsymbol{c = \frac{W_Q}{m \cdot \Delta T}} \quad \rightarrow \qquad \text{Die Maßeinheit ist} \quad [c] = \frac{J}{kg \cdot K}$$

Für die Berechnung der Wärme gilt die Formel: $\boldsymbol{W_Q = c \cdot m \cdot \Delta T}$

54 Putzalkohol ist 90%es denaturiertes Ethanol, welches 10% Wasser enthält.

Das Diagramm von Fig. 7.14 zeigt, dass die Messpunkte für eine zugeführte Energie von 7,2 kJ relativ genau auf einer Ausgleichsgeraden liegen. Es ergeben sich also die folgenden Werte für die spezifische Wärmekapazität:

Wasser:

$$m = 0{,}3\,kg \qquad W_Q = 7{,}2\,J \qquad \Delta T = 5{,}3\,K \qquad \rightarrow \qquad c = \frac{7{,}2\,kJ}{0{,}3\,kg \cdot 5{,}3\,K} = 4{,}5\,\frac{kJ}{kgK} = 4500\,\frac{J}{kgK}$$

Putzalkohol:

$$m = 0{,}3\,kg \qquad W_Q = 7{,}2\,J \qquad \Delta T = 7{,}2\,K \qquad \rightarrow \qquad c = \frac{7{,}2\,kJ}{0{,}3\,kg \cdot 7{,}2\,K} = 3{,}3\,\frac{kJ}{kgK} = 3300\,\frac{J}{kgK}$$

In Tab. 7.1 sind die Literaturwerte für die spezifische Wärmekapazität einiger Stoffe zusammengefasst.

Man sieht, dass die Werte welche man im obigen Versuch erhalten hat, etwas größer sind als die der Tabelle. Das kommt daher, dass die Flüssigkeiten nicht isoliert sind. Ein Teil der zugeführten Energie bleibt im Tauchsieder und ein Teil wird an die Umgebung abgegeben. Diese Verluste sind um so bedeutender, je größer die Temeperatur wird. Aus diesem Grund sind die letzten Messpunkte unterhalb der Ausgleichsgeraden.

Selbstverständlich ist der Wert für Putzalkohol deutlich größer als jener für reines Ethanol, weil der Putzalkohol 10% Wasser enthält.

Man sieht auch, dass die spezifische Wärmekapazität von Wasser deutlich größer ist als jene der anderen Stoffe. Das ist sowohl in der Natur als auch in der Technik von erheblicher Bedeutung.

Spezifische Wärmekapazität bei 25 °C	
Material	c [J/(kgK)]
Blei	129
Aluminium	896
Messing	384
Kupfer	382
Eisen (rein)	452
Stahl	500
Wasser	4184
Ethanol	2430
Glas	800

Tab. 7.1

Beispiel 7.2 - Schmelzen eines Drahtes

Ein Eisendraht mit einer Masse von 3,0 *g* und einem Widerstand von 0,4 Ω wird an eine Spannung von 6,0 *V* angeschlossen.
Wie lange dauert es bis der Draht schmilzt?

Lösung

$$U = 6{,}0\,V \qquad R = 0{,}4\,\Omega \qquad \rightarrow \qquad I = \frac{U}{R} = \frac{6{,}0\,V}{0{,}4\,\Omega} = 15\,A$$

$$P_{el} = U \cdot I = 6{,}0\,V \cdot 15\,A = 90\,W \qquad \rightarrow \qquad E_{el} = P_{el} \cdot t$$

Wenn die gesamte elektrische Energie in Wärme umgewandelt wird

$$\rightarrow \qquad E_{el} = P_{el} \cdot t = W_Q = c \cdot m \cdot \Delta T$$

Die spezifische Wärmekapazität von Eisen ist c = 452 *J/(kg K)* und der Schmelzpunkt liegt bei 1538 *°C*. Wenn die Anfangstemperatur des Drahtes 20 *°C* beträgt dann ist

$$\Delta T = (1538 - 20)\,K = 1518\,K \qquad \rightarrow \qquad t = \frac{c \cdot m \cdot \Delta T}{P} = \frac{0{,}452\,\frac{J}{g \cdot K} \cdot 3\,g \cdot 1518\,K}{90\,W} = 22{,}9\,s$$

Antwort: Der Draht schmilzt nach 23 Sekunden.

7.3.3 Übertragung der inneren Energie

Wenn Körper verschiedener Temperatur miteinander in Kontakt gebracht werden, dann nehmen sie nach einiger Zeit die selbe Temperatur an. Die innere Energie der wärmeren Körper verringert sich und die der kälteren Körpers nimmt zu. Wenn das System der Körper von der Umgebung isoliert ist, dann bleibt die gesamte innere Energie gleich, die gesamte Wärme welche die Körper mit höherer Temperatur abgeben ist gleich der Wärme, welche die kälteren aufnehmen.

$$\boldsymbol{\Sigma W_{Qab} = \Sigma W_{Qauf}}$$

Versuch 7.3 - Spezifische Wärmkapazität 2

Um die spezifische Wärmekapazität eines Metalls zu bestimmen, wird ein Zylinder aus diesem Metall zunächst in siedendem Wasser erhitzt. Anschließend wird er in eine bestimmte Wassermenge gegeben, deren Anfangstemperatur gemessen wurde. Der Zylinder gibt innere Energie an das Wasser ab, dessen Temperatur zunimmt. Die Endtemperatur, die für den Zylinder und das Wasser gleich ist, wird gemessen.
Aus den Messwerten kann man die spezifische Wärmekapazität des Metalls berechnen. Für Aluminium erhält man:

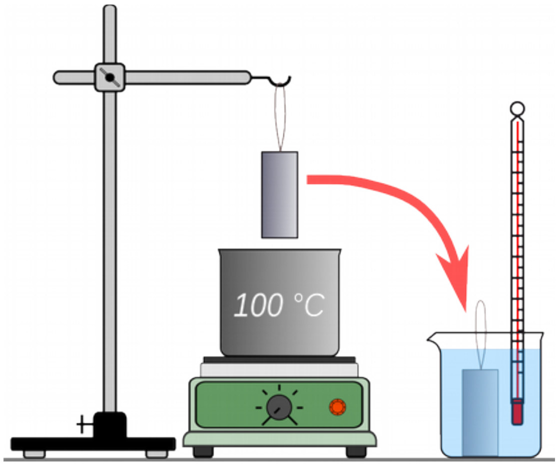


Fig. 7.20: Bestimmung der spezifischen Wärmekapazität eines Metalls

	Wasser	Aluminium
Masse	$m_1 = 200\ g$	$m_2 = 97\ g$
Anfangstemperatur	$\vartheta_{1A} = 22\ °C$	$\vartheta_{2A} = 100\ °C$
Endtemperatur	$\vartheta_{1E} = \vartheta_{2E} = 28{,}3\ °C$	
Temperaturänderung	$\Delta T_1 = (28{,}3 - 22)K = 6{,}3\ K$	$\Delta T_2 = (100\text{-}28{,}3)K = 71{,}7\ K$
spezifische Wärmekapazität	$c_1 = 4182\ J/(kg\ K)$	

vom Wasser aufgenommen: $W_{Qauf} = c_1 \cdot m_1 \cdot \Delta T_1 = \frac{4{,}18\,J}{g \cdot K} \cdot 200\,g \cdot (28{,}3 - 22{,}0)K = 5270\,J$

vom Aluminium abgegeben: $W_{Qab} = c_2 \cdot m_2 \cdot \Delta T_2$

Ohne Verluste an die Umgebung gilt $W_{Qab} = W_{Qauf} = 5270\,J$

und man erhält für Aluminium:

$$c_2 = \frac{W_{Qab}}{m_2 \cdot \Delta T_2} = \frac{5270\,J}{97\,g \cdot 71{,}7\,K} = 0{,}76 \frac{J}{g \cdot K} = 760 \frac{J}{kg \cdot K}$$

Fig. 7.21: Kalorimeter

Der ermittelte Wert ist niedriger als der in Tab. 7.1, welcher 896 J(kgK) beträgt. Das kommt daher, dass nur ein Teil der Wärme die der Zylinder abgibt vom Wasser aufgenommen wird. Ein Teil wird an das Glas und die Umgebung abgegeben. Um einen genauen Wert der spezifischen Wärmekapazität zu bestimmen, muss das System gut isoliert sein und die an den Behälter abgegebene Wärme mitberücksichtigt werden. Dazu verwendet man sogenannte *Kalorimeter*.

Versuch 7.4 - Wirkungsgrad beim Kochen

Zweck des Versuchs ist es, den Wirkungsgrad bezogen auf die Primärenergie beim Sieden von Wasser auf einer Gasflamme bzw. einer elektrischen Kochplatte zu bestimmen.
Im Topf befinden sich 250 ml Wasser mit der Anfangstemperatur von 20 °C. Um das Wasser zum Sieden zu bringen, muss es 100 °C erreichen. Die genutzte Energie ist gleich der aufgenommenen Wärme.

$$m = 300\,g \qquad c = 4182\,J/(kgK) \qquad \Delta T = (100-20)\,K = 80\,K$$

$$E_N = W_Q = c \cdot m \cdot \Delta T = 4{,}18\,kJ/(kg\cdot K)\cdot 0{,}25\,kg \cdot 80\,K = 83{,}6\,kJ$$

Fig. 7.22: Erwärmen auf der Gasflamme

Beim Erwärmen mit der Gasflamme ist die zugeführte Energie die chemische Energie im Gas (Butan). Man kann sie aus der Masse des verbrauchten Gases ermitteln. Dazu wiegt man den Gaskocher vor und nach dem Versuch.
Es zeigt sich, dass etwa 5 g Butan verbrannt werden, bis das Wasser im Topf siedet.
Die chemische Energie im Butan beträgt 49,4 KJ/g , und somit wird die zugeführte Energie

$$E_Z = 49{,}4\frac{kJ}{g}\cdot 5\,g = 247\,kJ$$

und der Wirkungsgrad $\eta = \frac{E_N}{E_Z} = \frac{83{,}6\,kJ}{247\,kJ} = 0{,}34$

Bezogen auf die Primärenergie gilt dieses Ergebnis nur, wenn das Gas durch eine Gasleitung geliefert wird. Für das Gas in der Dose müsste man auch den Transport der Dose und deren Herstellung berücksichtigen.
Bei der Elektroplatte ergibt sich, dass 45 Wh elektrischer Energie nötig sind, um das Wasser von 20 °C bis zum Siedepunkt zu erhitzen.
Die zugeführte Energie ist die elektrische Energie

Fig. 7.23: Erwärmen auf der Elektroplatte

$$E_Z = E_{el} = 45\,Wh = 45\,Wh \cdot 3600\frac{kJ}{Wh} = 162\,kJ$$

Für die Elektroplatte ergibt sich bezogen auf die elektrische Endenergie $\eta_E = \frac{E_N}{E_Z} = \frac{83{,}6\,kJ}{162\,kJ} = 0{,}52$

Wenn man nun auch den Wirkungsgrad von 0,34 berücksichtigt, der für die Produktion elektrischer Energie in Wärmekraftwerken gilt, (siehe Fig. 7.14), dann erhält man für den Gesamtwirkungsrad bezogen auf die Primärenergie:

$$\eta = 0{,}52\cdot 0{,}34 = 0{,}18$$

Ungefähr 80% der elektrischen Energie wird in Wärmekraftwerken produziert (siehe Diagramme in Fig. 7.6 S. 89) und alle Kraftwerke sind im Versorgungsnetz zusammengeschlossen. Deshalb ergibt sich aus den berechneten Werten, dass es nicht ist sinnvoll elektrische Energie für die Bereitstellung von Wärme zu nutzen. Das Kochen mit Gas hat, bei angepasster Größe des Topfs und wenn das Gas durch das Leitungsnetz geliefert wird, einen deutlich höheren Wirkungsgrad.

Fig. 7.24: Kochen auf der Gasflamme

Fig. 7.25: Kochen auf der Elektroplatte

7.4 Beispiele

Beispiel 7.3 - Erhaltung der inneren Energie

Jemand bringt 1,2 kg Wasser in einem Stahltopf mit einer Masse von 650 g zum Sieden.
Wie viel Wasser von 20 °C muss hinzugefügt werden um eine Endtemperatur von 80 °C zu erreichen?

Lösung

Topf: $m_T = 650\,g$ $\quad c_T = 450\,\frac{J}{kgK}$ $\quad$ Wasser im Topf: $m_{W1} = 650\,g$ $\quad c_W = 4180\,\frac{J}{kgK}$

Anfangstemperaturen: des Topfs mit Wasser: $\vartheta_1 = 100\ °C$ des zugefügten Wassers: $\vartheta_2 = 20\ °C$

Endtemperatur $\vartheta_E = 80\ °C$

Temperaturänderungen: Topf mit Wasser: $\Delta T_T = \vartheta_1 - \vartheta_E = 20\,K$

hinzugefügtes Wasser: $\Delta T_W = \vartheta_E - \vartheta_2 = 60\,K$

vom Wasser im Topf abgegebene Wärme :

$$W_{QW1} = c_W \cdot m_{W1} \cdot \Delta T_T = 4{,}18\frac{kJ}{kgK} \cdot 1{,}2\,kg \cdot 20\,K = 100\,kJ$$

vom Topf abgegebene Wärme : $W_{QT} = c_T \cdot m_T \cdot \Delta T_T = 0{,}5\frac{kJ}{kgK} \cdot 0{,}65\,kg \cdot 20\,K = 6{,}5\,kJ$

gesamte abgegebene Wärme: $W_{Qab} = W_{QW1} + W_{QT} = 100\,kJ + 6{,}5\,kJ = 106{,}5\,kJ$

vom hinzugefügten Wasser aufgenommene Wärme : $W_{Qauf} = c_W \cdot m_{W2} \cdot \Delta T_W$

wegen der Erhaltung der inneren Energie (ohne Verluste an die Umgebung) : $W_{Qauf} = W_{Qab}$

die hinzuzufügende Wassermenge beträgt: $m_{W2} = \frac{W_{Qauf}}{c_W \cdot \Delta T_W} = \frac{106{,}5\,kJ}{4{,}18\,kJ/kgK \cdot 60\,K} = 0{,}425\,kg$

Antwort: Theoretisch müssen 0,425 kg Wasser von 20 °C hinzugefügt werden .
Praktisch genügt etwas weniger weil ein Teil der Wärme an die Umgebung verloren geht.

7.4.1 *Aufgaben*

1. In einem Glas sind 500 g Wasser. Wie viele Kilowattstunden elektrischer Energie benötigt ein Elektrowärmer um das Wasser von 20 °C auf 80°C zu erwärmen, wenn der Wirkungsgrad 94% beträgt?
2. In einer Badewanne sind 45 l Wasser von 50 °C. Wie viel kaltes Wasser mit 15°C muss hinzugefügt werden, um eine Temperatur von 38 °C zu erreichen?
3. Der Heizwiderstand einer Waschmaschine hat einen Widerstand von 35 Ω . Wenn er an eine bestimmte Spannung angeschlossen wird dann stellt sich ein Strom von 6,5 A ein.
Wie lange dauerte es um 9,5 Liter Wasser von 12 °C auf 60°C zu erwärmen?
Es wird angenommen, dass die gesamte Energie im Wasser bleibt.

Antworten

1. Es braucht 0,037 kWh elektrischer Energie.
2. Man muss 23,5 Liter Wasser hinzufügen.
3. Das Aufwärmen dauert 21 Minuten und 29 Sekunden.

7.5 Wasserstoffwirtschaft

Unter Wasserstoffwirtschaft versteht man ein Konzept der Energiewirtschaft, bei welchem Wasserstoff die fossilen Brennstoffe weitgehend ersetzt und zum Hauptenergieträger wird. Voraussetzung dafür ist die Möglichkeit den Wasserstoff mit Hilfe von erneuerbarer Energie zu produzieren.

Eine Möglichkeit ist folgende:
Durch elektrische Energie, welche aus erneuerbaren Energiequellen gewonnen wird, wird Wasser durch Elektrolyse in Wasserstoff und Sauerstoff aufgespalten.

$2H_2O$ + elektrische Energie $\rightarrow$ $2H_2 + O_2$

Der erzeugte Wasserstoff kann gelagert bzw. zum Verbraucher gebracht werden. Letzterer verwendet ihn als Brennstoff in einem Verbrennungsmotor oder zur Erzeugung elektrischer Energie in einer Brennstoffzelle. Der Wasserstoff ist also nur ein Zwischenspeicher.

Versuch 7.5 - Wirkungsgrad der Wasserstoffwirtschaft

Zweck dieses Versuchs ist es, den Wirkungsgrad der Wasserstoffwirtschaft zu untersuchen. Zunächst wird elektrische Energie verwendet um Wasserstoff und Sauerstoff in einer Brennstoffzelle zu produzieren, welche als Elektrolyseur dient (siehe Fig. 7.26). Anschließend wird in der Brennstoffzelle aus Wasserstoff und Sauerstoff elektrische Energie erzeugt, welche einen Elektromotor antreibt.

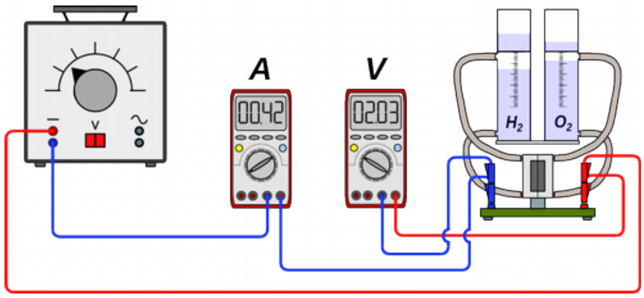


Fig. 7.26: Die Brennstoffzelle funktioniert als Elektrolyseur

Um den Wirkungsgrad zu berechnen, bestimmt man die zugeführte und die genutzte elektrische Energie. Es ergibt sich, dass wenn die Brennstoffzelle an eine Spannung von 2,0 V angeschlossen wird, die Stromstärke 0,42 A beträgt und dann in 3 Minuten 10 cm³ Wasserstoff produziert werden.
Die zugeführte elektrische Energie für die Produktion von 10 cm³ Wasserstoff beträgt:

$$E_Z = U_Z \cdot I_Z \cdot t_Z = 2{,}0\,V \cdot 0{,}42\,A \cdot 180\,s = 151\,J$$

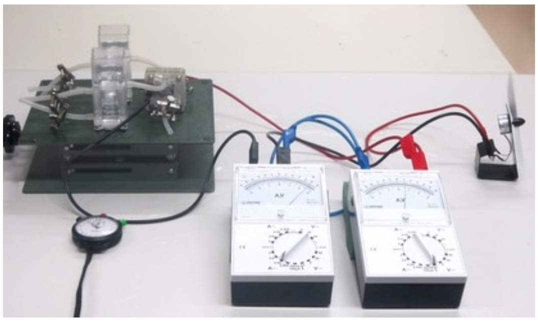


Fig. 7.27: Die Brennstoffzelle erzeugt elektrische Energie

Wenn die Brennstoffzelle mit Wasserstoff und Sauerstoff versorgt wird, dann erzeugt sie eine Spannung von 1,3 V welche im angeschlossenen Motor einen Strom von 51 mA hervorruft. Ein Volumen von 10 cm³ Wasserstoff reicht aus um den Motor 18 Minuten lang zu betreiben.

Die genutzte elektrische Energie von 10 cm³ Wasserstoff ist somit:

$$E_N = U_N \cdot I_N \cdot t_N = 1{,}3\,V \cdot 0{,}051\,A \cdot 1080\,s = 71{,}6\,J$$

Aus diesen Werten ergibt sich ein Wirkungsgrad von $\eta = \frac{E_u}{E_a} = \frac{71{,}6\,J}{151\,J} = 0{,}47$

Der Versuch 7.5 zeigt, dass wenn man Wasserstoff als Zwischenspeicher verwendet, mehr als 50% der ursprünglich eingesetzten elektrischen Energie verloren gehen. Da der Wirkungsgrad auch bei industriellen Anlagen nicht wesentlich größer ist, ergibt sich daraus, dass die Wasserstoffwirtschaft nicht geeignet ist, die Energieprobleme zu lösen.